

La construction du nombre à l'école maternelle

Les guides fondamentaux pour enseigner – CSEN – Notes de lecture PS



Partie I – Développement cognitif et apprentissage premier de la numération

En route vers l'abstraction : progressivité des apprentissages numériques

Un sens précoce des quantités

Les enfants arrivent à l'école maternelle avec des intuitions riches sur les nombres et les quantités mises en évidence en 2009. Ces intuitions sont d'abord très approximatives, mais elles s'affinent durant les 9 premiers mois de la vie. Elles restent présentes même à l'âge adulte. En maternelle, typiquement, les enfants sont capables de distinguer des rapports de 3 pour 4 (12 vs 16 objets), voire, pour les plus grands, des rapports de 6 pour 7 (12 vs 14 objets).

Un sens précoce du calcul

Les nourrissons de 6 mois sont capables de percevoir la vraisemblance d'une transformation de quantité (d'un calcul). Ce sens précoce est là encore approximatif : si $5 + 5 = 5$ les étonne, $5 + 5 = 8$ leur semble vraisemblable, autant que $5 + 5 = 12$. A l'école maternelle, les enfants sont capables d'estimer la vraisemblance d'un calcul, de remarquer que deux collections de 28 et 12 objets font une plus grande collection que 30 objets, mais une plus petite collection que 80 objets.

En GS, les élèves sont également capables de faire ces mêmes estimations sur des symboles qui représentent les quantités : les symboles numériques héritent de toutes les propriétés intuitives des quantités.

Le traitement cognitif des grandes quantités (>4) n'est pas le même que celui des petites quantités. Le subitizing concerne les petites quantités (1, 2, 3 et peut-être 4) qui, elles, sont traitées avec précision, alors que les grandes quantités sont perçues comme un ensemble et traitées approximativement.




L'apprentissage des mots-nombres

Les enfants savent compter très tôt, avant même leur entrée à l'école maternelle, mais ils ne comprennent pas le sens de cette activité. Pour s'en rendre compte, il suffit de leur demander « Donne-moi N objets ». S'ils parviennent, progressivement à le faire pour 1, puis pour 2, puis pour 3 objets, ce n'est que vers 4 ans qu'ils réussissent à donner 4 objets, puis 5. L'enfant devient alors capable de donner des quantités qu'il ne peut pas reconnaître par subitizing, des quantités pour lesquelles il doit avoir recours au comptage. C'est un tournant majeur dans l'apprentissage : l'enfant a compris le « principe de cardinalité » et utilise un comptage-énumération (différent du comptage-récitation). Cet enfant-là est capable désormais de reproduire des collections (>4) de manière précise et de comparer des collections en situation de correspondance terme-à-terme.

Plus l'enfant entre tôt dans l'énumération, meilleurs seront ses résultats ultérieurs en mathématiques. Le rôle de l'école maternelle est donc de permettre à tous les enfants de faire leur entrée dans l'énumération le plus tôt possible.

Le comptage sur les doigts

Utiliser ses doigts pour compter, c'est admettre qu'une quantité peut être représentée par différents moyens, c'est donc un premier pas vers l'abstraction. La collection de doigts levés a un statut symbolique et analogique.

L'utilisation des doigts pour résoudre un problème d'ajout, 4 et encore 3 par exemple, est une première modélisation de ce problème. Les stratégies de comptage sur les doigts évoluent du recomptage (l'enfant montre  sur une main et  sur l'autre, puis recompte tous ses doigts) au surcomptage (l'enfant montre  sur une main et compte jusqu'à 7 en levant un par un 3 doigts sur l'autre main), puis de cette procédure à celle qui consiste à imaginer 4 pour ne surcompter que les 3 doigts, un par un, sur une main. Ces stratégies permettent à l'enfant de comprendre que l'on peut mentaliser une quantité (ici, 4), et même deux quantités (4 et 3), sans support externe.

L'apprentissage des chiffres

Une fois que l'enfant a compris que l'on pouvait *coder* les quantités grâce aux doigts, aux collections de points sur les dés, et aux mots-nombres, le codage de celles-ci avec les chiffres arabes est possible. Les chercheurs ont montré qu'il convient d'abord que l'enfant transcode les quantités en mots-nombres (de manière verbale), puis qu'il puisse associer ces quantités aux chiffres arabes (code écrit) pour enfin associer le code oral et le code écrit, indépendamment des quantités représentées. Pour cela des représentations des quantités sous les trois formats sont utiles, ainsi que les jeux dans lesquels ces trois modalités de codage de la quantité, verbal, visuel et analogique, coexistent et sont mises en correspondance.

Comment favoriser les apprentissages numériques ?

Greffer les symboles sur les intuitions de quantité

La manipulation des quantités permet de renforcer les intuitions naturelles des enfants sur les quantités. Mais elle n'est pas suffisante. Il semble également nécessaire de travailler les liens entre les quantités et les symboles dès le plus jeune âge. La manipulation de ces seuls symboles permettant également de développer les intuitions sur les quantités.

Apprendre en s'exerçant pour développer des automatismes

Développer des automatismes (comme savoir dénombrer une collection rapidement) permet de libérer des ressources cognitives pour les allouer à des tâches de plus haut niveau. La récupération en mémoire et certaines procédures peuvent être automatisées assez tôt (comme *comment additionner 4 et 3 en utilisant ses doigts*). Pour cela, il n'y a que l'entraînement et la répétition.

Favoriser l'apprentissage des nombres grâce aux jeux

Le jeu – activité naturelle de l'enfant – n'est efficace pour les apprentissages que s'il remplit certaines conditions : les représentations des quantités et des nombres qu'il donne à voir aux élèves doivent être le moins éloignées possible des concepts qu'elles représentent. Le jeu de l'oie, par exemple, dans sa forme habituelle circulaire, n'est pas une bonne idée pour représenter la ligne numérique. Par contre, jouer à un jeu de plateau linéaire correspondant aux capacités numériques des élèves et mettant en relation les trois *codes* d'une quantité (points sur les dés, mot-nombre, chiffre arabe) permet d'améliorer la précision avec laquelle les enfants utilisent leur *ligne numérique* mentale (Cf. encadré p. 26)

Favoriser la réflexion

Pour éviter que l'enfant ne s'enferme dans l'utilisation de procédures apprises, maîtrisées, mais vides de sens pour lui (comme le comptage d'une collection), il convient de le placer dans des situations où cette procédure sera mise à l'épreuve. Par exemple, prédire le résultat de l'union de deux collections sans avoir recours à la manipulation. Ces activités d'utilisation non empirique des quantités permettent à l'enfant de comprendre le sens du nombre, de donner du sens aux symboles que sont les mots-nombres et les chiffres.

Le jeu, la réflexion, l'exercice et la mémorisation sont utilisés de façon complémentaire, concomitante ou alternée à l'école maternelle pour répondre à cet objectif.

Partie II – Apports de la recherche en didactique sur les premiers apprentissages numériques

Situations pour mettre les élèves en activité d'apprentissage

Les savoirs mathématiques scolaires servent avant tout à résoudre des problèmes. Par la suite, l'élève apprendra que ces savoirs sont également des objets théoriques organisés. Brousseau a conçu une *théorie des situations didactiques* dans laquelle chaque situation a un rôle spécifique dans la construction de connaissances.

Cinq situations distinguées par Brousseau pour l'enseignement des concepts mathématiques à l'école maternelle

1. La **dévolution** : le maître conduit les élèves à s'approprier la tâche, le matériel, les contraintes et les critères de réussite.

2. La **situation d'action** : les élèves cherchent à réaliser la tâche, ils adoptent une procédure répondant aux contraintes et aux critères de réussite exprimés lors de la dévolution. Le maître ne fait rien que les encourager et leur rappeler ces critères.
3. La **situation de formulation** : la tâche exige que l'élève communique (oralement ou par écrit).
4. La **situation de validation** : le maître conduit les élèves à valider la pertinence et l'adéquation d'une procédure mise en œuvre. On vérifie que les critères de réussite sont satisfaits.
5. L'**institutionnalisation** : le maître dégage des généralités sur les procédures mises en œuvre. Il facilite le transfert de celles-ci pour résoudre d'autres problèmes et réaliser d'autres tâches proches.

Le rôle du maître dans la mise en œuvre de ces situations

Il est majeur ! Le maître est attentif à la pertinence de la tâche qu'il propose. Il valorise les essais, il rassure, mais surtout il fait comprendre qu'il ne s'agit pas uniquement de réaliser la tâche, il s'agit aussi et surtout d'apprendre et de progresser. Il n'a pas peur de mettre les élèves en situation d'échec : car celui-ci est nécessaire pour les apprentissages. Enfin, l'enseignant est là pour structurer les savoirs.

Apports didactiques pour l'apprentissage du nombre à l'école maternelle

Pour l'enseigner, il convient de connaître les fonctions et les représentations du nombre et de bien faire la différence entre nombre et quantité.

Les fonctions du nombre

- Le nombre exprime une quantité : il est le cardinal d'une collection.
- Le nombre indique un rang ou une position, c'est son aspect ordinal.
- Le nombre sert à comparer et à calculer : la comparaison des nombres permet de comparer des quantités ou des positions. Le calcul permet de déterminer le cardinal d'une collection sans avoir à la dénombrer ; mais il sert aussi à déterminer une position après un déplacement.

Le nombre a aussi pour fonction de désigner, il est utilisé comme une étiquette. On parle alors de **numéro** (le numéro des bus, celui des joueurs d'une équipe, par exemple).

Enseigner les représentations du nombre pour enseigner le nombre

Trois types de représentations sont utilisées :

- La représentation analogique (constellation, doigts de la main) ;
- La représentation verbale (mot-nombre) ;
- La représentation symbolique (écriture chiffrée).

Ces trois représentations permettent de conserver en mémoire une quantité que l'on a plus sous les yeux. Certains problèmes peuvent être résolus en n'utilisant que la représentation analogique de la quantité, sans avoir besoin de la désigner symboliquement à l'oral ou à l'écrit. Il faudra donc imaginer des situations où l'utilisation du code sera nécessaire.

Enseigner le passage de la quantité au nombre

Traduire une quantité en nombre nécessite un apprentissage. La première chose à apprendre, c'est la **conservation des quantités** : le cardinal d'une collection ne change pas si l'on modifie l'organisation spatiale de cette collection.

Passer de la quantité au nombre, c'est savoir **dénombrer**. Selon Brissiaud, les enfants qui ont besoin de recompter une collection parce qu'elle a changé d'aspect (parce que l'on a éloigné les jetons les uns des autres ou que l'on a modifié leur configuration) sont des enfants qui ne savent pas dénombrer. Pour ces enfants, compter c'est attribuer un numéro à chaque objet et le dernier mot-nombre prononcé ne correspond pas, pour eux, au cardinal de la collection. Brissiaud parle de comptage-numérotage. Pour éviter cet écueil, il propose, lors du comptage, de donner à voir deux jetons quand on prononce le mot « deux », trois jetons quand on prononce le mot « trois », etc. et d'utiliser des formulations comme « Un jeton et encore un jeton, ça fait deux jetons ; et encore un jeton, ça fait trois jetons... »

Les familles apprennent souvent aux enfants à compter. Mais il faut que l'enseignant de maternelle soit vigilant quant au sens que ses élèves donnent à cette activité.

Une autre compétence nécessaire pour passer de la quantité au nombre est la capacité à savoir **énumérer**. C'est-à-dire la capacité à organiser le comptage de manière efficace : ne pas compter deux fois le même objet, compter chaque objet de la collection sans en oublier, associer à chaque objet un et un seul mot-nombre prononcé... Des moyens pour évaluer cette compétence sont proposés dans la partie III.

Analyse de situations

Les voyageurs : vers la fonction cardinale du nombre

La tâche, pour l'élève, est de remplir un bus (symbolisé par un carton) en allant chercher en une seule fois des « voyageurs » pour qu'il y ait un voyageur par siège représenté, pas de siège sans voyageur et pas de voyageur sans siège. Muni d'un panier, il va chercher ses voyageurs un peu plus loin dans la classe, à un endroit d'où on ne peut plus voir le bus et la collection de sièges. Il va ensuite disposer ses voyageurs sur le quai et estimer s'il a réussi ou non, si les contraintes de la tâche sont respectées.

La consigne n'utilise pas les mots « combien », « autant » et « nombre ».

L'utilisation du quai est un moyen de différer le moment de la validation, de distinguer le moment de l'action du moment de la mentalisation qui – seule – garantit qu'il y aura apprentissage. « Est-ce que tu penses qu'il y aura bien un passager par siège, pas de siège sans passager et pas de passager sans siège ? » L'utilisation du quai rend possible une intervention de l'enseignant pour aider les élèves à comprendre que la pensée doit précéder l'action, et qu'ils ont à apprendre de l'action.

L'escargot : vers la fonction ordinale

Il s'agit pour un élève de retrouver l'escargot qui est caché sous une des quatorze cartes, toutes identiques alignées et orientées (à gauche, un point bleu, à droite, un point rouge). Les autres élèves savent où se trouve l'escargot et peuvent aider celui qui cherche... Mais uniquement avec des mots ! Cela oblige les enfants à repérer la bonne carte (la troisième, la septième...) et donc à utiliser l'aspect ordinal du nombre.

Les trois bandes : vers la comparaison

La tâche : l'élève doit répartir équitablement ses jetons (de 15 à 36) sur trois bandes muettes. Dans un premier temps, ces bandes sont amovibles, ce qui permet une comparaison directe qui ne nécessite pas l'utilisation du nombre. Dans un second temps, ces bandes sont fixes et surtout, elles ne sont pas alignées : l'élève est contraint d'utiliser le nombre pour comparer la quantité de jetons présents sur chaque bande. Dans un troisième temps, les bandes sont encombrées de gommettes disposées aléatoirement, pour avoir le même nombre de cases occupées sur chaque bande, l'élève est obligé de dénombrer jetons et gommettes, même s'ils ne sont plus alignés : la validation visuelle est désormais impossible, même si l'on pouvait déplacer les bandes. [Le guide propose des photos et des liens vers une vidéo qui présente cette activité.]

Le bon panier : du nombre au calcul

La tâche, pour l'élève est de retrouver un panier (le dessin d'un panier) qui comporte un certain nombre d'œufs à colorier. Mais ce nombre n'est pas donné. L'élève ne dispose que d'un message qui est une consigne de coloriage : 4 œufs jaunes et 5 œufs rouges. Quand il a pris son panier et fini son coloriage, tous les œufs du panier doivent être coloriés, 4 en jaunes et 5 en rouges.

Dans un premier temps, la configuration des œufs à colorier dans le panier permet de voir 4 et 5, dans un second temps, ce n'est plus possible. L'enfant va donc devoir trouver une procédure pour comparer la quantité d'œufs à colorier avec « 4 et encore 5 » qu'il aura mémorisé ou conservé sur ses doigts. Plusieurs procédures sont possibles. [Cette situation analysée dans le guide est issue de *Apprentissages mathématiques à l'école maternelle*, de Briand, Loubet et Salin, Hatier, Paris 2004].

Focus | Égalité filles-garçons en mathématiques à l'école maternelle

Des études montrent que filles et garçons sont progressivement incités à investir différemment les mathématiques à l'école élémentaire et que le traitement des élèves en mathématiques est différent selon leur sexe à l'école élémentaire. Mais à l'école maternelle, qu'en est-il ?

Au niveau des compétences, il n'y a pas de distinction de genre visible à l'entrée au CP, mais elles apparaissent assez rapidement, des écarts se creusent en CE1 au détriment des filles (c'est un enseignement des évaluations nationales CP et CE1). Il est donc important d'exercer une vigilance quotidienne à :

- Choisir des objets de manipulation qui n'ont pas de valeur genrée
- Interpeller quantitativement et qualitativement aussi bien les filles que les garçons
- Ne pas enfermer les élèves dans des stéréotypes d'élève-fille ou d'élève-garçon.

Partie III – Quelles mises en œuvre pédagogiques pour prendre en compte les besoins de chaque élève ?

Acquérir le nombre, c'est résoudre des problèmes en mobilisant toutes les procédures possibles :

- Perception visuelle de quantités très différentes les unes des autres
- Perception visuelle de quantités inférieures ou égales à 3
- Perception visuelle due à la représentation spatiale des éléments d'une collection (☒ par exemple)
- Correspondance terme-à-terme, comptage, dénombrement, utilisation de la frise numérique.

Les étapes de l'apprentissage du nombre

Construire une programmation de cycle

Cette programmation ne peut pas se limiter à fixer les nombres étudiés pour chaque niveau de classe. Certains problèmes proposés pouvant se résoudre sans le recours au nombre, fût-il supérieur aux capacités numériques des élèves.

Inutile non plus de répartir entre les différents niveaux les compétences attendues à la fin de l'école maternelle, la plupart d'entre elles se construisent progressivement de la PS à la GS.

La programmation de cycle doit se baser sur l'analyse des situations proposées aux élèves et sur l'identification des objectifs de chaque séquence.

Faire évoluer le rôle de la manipulation

Le rôle de la manipulation évolue tout au long de l'apprentissage, le matériel tangible est remplacé par des objets symboliques (cubes, jetons) ; puis la manipulation est progressivement empêchée pour permettre aux élèves d'accéder aux concepts mathématiques sous-jacents. Le matériel change de statut. Se contenter de manipulations seules enferme les élèves dans l'action, alors que notre objectif est de les amener vers l'abstraction.

Mener un enseignement progressif qui s'appuie sur le langage oral et écrit

Manipulation et verbalisation s'articulent. La verbalisation permet à l'élève d'accéder à l'abstraction des concepts en jeu, des procédures et de leurs effets. L'enseignant aide à structurer les apprentissages :

- Il aide à décrire les situations, les relations et à justifier les réponses
- Il attire l'attention sur certaines procédures et connaissances utilisées en situation
- Il questionne : « Comment le sais-tu ? Comment fais-tu ? Comment es-tu sûr de ta solution ? Comment le vérifier ? »

Construire un enseignement différencié et régulé par l'observation

et l'évaluation des acquis des élèves

Après avoir observé les élèves en action, l'enseignant utilise les variables didactiques de chaque situation pour en proposer une évolution adaptée : la taille des nombres, le fait de pouvoir déplacer ou non les collections, le fait d'utiliser l'oral ou l'écrit...

Comment construire un enseignement progressif pour chaque fonctionnalité du nombre ?

Programmation de l'enseignement de la fonction cardinale du nombre

Sont indiquées les différentes étapes dans l'acquisition du nombre en tant que cardinal d'une collection. Chaque étape comporte plusieurs types de situations ou procédures qui sont autant de séquences à proposer. Plusieurs situations peuvent être regroupées dans une séquence, de même que certaines étapes peuvent être scindées en fonction des acquisitions des élèves. Pour chaque étape, le guide propose des exemples de situations que l'on peut mettre en œuvre dans la classe.

Le nombre en tant que quantité avec sa désignation orale

ETAPE 1 : CORRESPONDANCE TERME A TERME POUR DES QUANTITES INFERIEURES, EGALES OU SUPERIEURES A 3

Objectifs :

- Commencer à construire la notion de quantité sans avoir recours à la numération
- Acquérir la procédure de correspondance terme à terme pour comparer des collections

Types de situations et procédures :

- Réaliser une collection équipotente en utilisant la correspondance terme à terme
- Comparer les quantités de deux collections par correspondance terme à terme

Etagage langagier :

- Introduction du terme « autant que »,
- Mots-nombres 1, 2 et 3,
- Itération de l'unité pour les quantités inférieures ou égales à 3 « 2, c'est 1 et encore 1 ; 3, c'est 2 et encore 1, etc. »

ETAPE 2 : LA RECONNAISSANCE VISUELLE ET LA DESIGNATION ORALE DES QUANTITES 1 ET 2, PUIS DES QUANTITES DE 1 A 3

Objectifs :

- Construire des collections de 1, 2 ou 3 éléments sans faire intervenir la numération orale
- Commencer à nommer les quantités 1, 2 et 3
- Utiliser la procédure de la correspondance terme à terme pour valider ses résultats

Types de situations et procédures :

- Réaliser une collection équipotente par perception visuelle des petites quantités
- Comparer plusieurs collections à une collection donnée pour trouver celle où il y a « autant » d'objets que dans la collection de référence ($n < 4$)
- Réaliser une collection dont la quantité est demandée par l'enseignant (*Donne-moi n objets*) par perception visuelle
- Indiquer la quantité d'une collection par perception visuelle

Etagage langagier :

- Mots-nombres 1, 2 et 3,
- Verbaliser les décompositions des 3 premiers nombres : « 2, c'est 1 et encore 1 ; 3, c'est 2 et encore 1, etc. »

ETAPE 3 : LES PROCEDURES VISUELLES POUR COMPARER DES QUANTITES

Objectifs :

- Comparer des quantités sans faire intervenir la suite numérique orale
- Comprendre « plus que » et « moins que »

Types de situations et procédures :

- Comparer deux collections ayant de grandes différences de quantité par perception visuelle
- Dire de deux collection très différentes laquelle est la plus grande, laquelle est la plus petite
- Comparer deux collections de 1, 2 ou 3 objets en utilisant la perception visuelle

Etagage langagier :

- « plus que » et « moins que »

ETAPE 4 : LA RECONNAISSANCE ET LA DESIGNATION DES QUANTITES DE 1 A 4 A PARTIR DE LA RECONNAISSANCE VISUELLE DES PETITES QUANTITES ET DES DECOMPOSITIONS ET RECOMPOSITIONS

Objectifs :

- Construire les quantités jusque 4 sans faire intervenir la numération orale
- Comprendre les décompositions des nombres jusqu'à 4
- Consolider la signification de « plus que » et « moins que »

Types de situations et procédures :

- Réaliser une collection équipotente (jusqu'à 4) en s'appuyant sur la perception visuelle et les décompositions
- Comparer des quantités de plusieurs collections à une collection donnée (jusqu'à 4), dire s'il y en a autant que dans la collection de référence sans recours à la numération orale
- Réaliser une collection dont le cardinal est donné par l'enseignant
- Indiquer la quantité d'une collection (jusque 4) en s'appuyant sur les décompositions (« Il y en a trois et encore 1, c'est 4 »)

Etagage langagier :

- Le mot-nombre 4
- Les décompositions de 4 : « 4, c'est 2 et encore 2 ; 4, c'est 3 et encore 1, etc. »

ETAPE 5 : LA RECONNAISSANCE VISUELLE ET LA DESIGNATION ORALE DES QUANTITES 1 ET 6 A PARTIR DE LA RECONNAISSANCE VISUELLE DES PETITES QUANTITES ET DES DECOMPOSITIONS ET RECOMPOSITIONS OU A PARTIR DES DISPOSITIONS EN CONSTELLATION**Objectifs :**

- Construire des collections de 1 à 6 éléments sans faire intervenir la numération orale
- Comprendre les décompositions avec le nombre 1 des nombres jusqu'à 6 (« six, c'est cinq et encore un »)
- Commencer à reconnaître les quantités disposées comme les constellations du dé
- Commencer à déterminer une quantité à partir d'une décomposition (« quatre et encore deux, c'est six »)

Types de situations et procédures :

- Ce sont les mêmes qu'à l'étape précédente

Etagage langagier :

- Mots-nombres 5 et 6 à partir des décompositions avec le nombre 1
- Introduire de nouvelles décompositions : « trois d'un côté et trois de l'autre, c'est six. »
- Verbaliser les recompositions : « quatre et un autre au milieu, c'est cinq. »

ETAPE 6 : LA RECONNAISSANCE VISUELLE ET LA DESIGNATION ORALE DES QUANTITES 1 ET 6 EN COMPTANT DE UN EN UN ET EN S'APPUYANT SUR LES DECOMPOSITIONS ET RECOMPOSITIONS**Objectifs :**

- Comprendre l'utilisation de la suite numérique orale pour désigner les quantités jusqu'à 6
- Comprendre que dans la suite des nombres, le nombre qui suit un autre correspond à la quantité précédente + 1

Types de situations et procédures :

- Ce sont les mêmes qu'à l'étape précédente. Seules les procédures de quantification changent.

Etagage langagier :

- La suite numérique de 1 à 6

ETAPE 7 : LA DESIGNATION DES QUANTITES JUSQUE 10 EN COMPTANT DE UN EN UN ET EN DECOUVRANT QUELQUES DECOMPOSITIONS ET RECOMPOSITIONS**Objectifs :**

- Aucune étude ne montre qu'un élève étant parvenu à l'étape 6 et connaissant la suite numérique jusque 10 ne pourrait se trouver en difficulté pour construire le reste des quantités.

ETAPE 8 : LES QUANTITES AU-DELA DE 10**Objectifs :**

- Les décompositions et recompositions à privilégier sont celles qui font intervenir le repère 10
- La suite des nombres peut-être connue jusque 30

Les écritures chiffrées des nombres

Les écritures chiffrées sont présentées aux enfants lorsque les quantités qu'elles représentent peuvent être désignées oralement par les élèves. L'apprentissage se fait de l'oral vers l'écrit (et non de la quantité vers le signe écrit). L'écriture chiffrée peut intervenir avec les élèves étant déjà à l'étape 6.

Programmation de l'enseignement de la fonction ordinale des nombres

La fonction ordinale des nombres ne peut s'acquérir que quand la fonction cardinale l'est également. Deux types de situations permettent d'accéder à cette compréhension : exprimer la position d'un objet ou d'une personne et comparer des positions.

Les mots employés pour utiliser cette fonction du nombre ne sont pas les mêmes : le premier, le deuxième, le troisième...

Programmation de l'enseignement de la résolution de problèmes

Les problèmes portent sur les deux aspects, cardinal et ordinal, du nombre.

Au cycle 1, il n'est pas attendu des élèves qu'ils utilisent les opérations et le langage mathématique « plus, moins, égal ».

Trois critères sont à prendre en compte : le type de problèmes, les quantités mises en jeu et le matériel à disposition.

Les types de problème et les quantités en jeu

- Les problèmes les plus faciles sont les problèmes de recherche de quantité totale dans le cas d'une union de deux collections ou d'un ajout.
- Les problèmes de recherche d'une des quantités dans le cas d'une union ou de la quantité finale dans le cas d'un retrait sont plus difficiles et sont donc à présenter ensuite.
- Viennent ensuite les problèmes de groupement ou de partage.

Le matériel à disposition

Un même problème peut être présenté différemment.

- Etape 1 : l'enseignant utilise du matériel visible
- Etape 2 : les élèves disposent d'objets correspondant au contexte du problème, ils agissent sur les objets et constatent le résultat de leurs manipulations
- Etape 3 : les élèves disposent d'objets symboliques
- Etape 4 : les élèves ne disposent pas d'objets manipulables (ils utilisent leurs doigts ou un dessin)

Comment enseigner les mathématiques en articulant les quatre modalités spécifiques d'apprentissage de l'école maternelle ?

Les programmes de l'école maternelle font état de quatre modalités spécifiques d'apprentissage que l'on ne peut pas cloisonner :

- Apprendre en jouant
- Apprendre en réfléchissant et en résolvant des problèmes concrets
- Apprendre en s'exerçant
- Apprendre en se remémorant et en mémorisant

Utiliser le jeu : apprendre en jouant

Les jeux symboliques

Le coin poupées, le coin garage... sont des occasions d'utiliser le nombre et les quantités. L'enseignant met à profit les découvertes incidentes des élèves pour les convertir en apprentissages structurés. Le guide donne des exemples de situations de classe et de gestes professionnels.

Concevoir une programmation de jeux impliquant des nombres

Plutôt que de multiplier les jeux existants, il est préférable de faire évoluer un jeu *de base* en utilisant les variables didactiques de celui-ci. Le guide donne l'exemple d'une évolution possible du jeu de l'oie de la petite section à la grande section.

JEU AVEC	OBJECTIFS	PS	MS	GS
Un dé pointé (constellation)	Associer une quantité de points et un déplacement	X		
Un dé chiffré	Associer une écriture chiffrée à une quantité et à un déplacement		X	
Deux dés pointés	Dénombrer, surcompter ou calculer la quantité totale de points obtenus	X	X	X
Un dé pointé et un dé chiffré	Surcompter ou calculer la quantité totale de points obtenus		X	X
Deux dés chiffrés	Surcompter ou calculer la quantité totale de points obtenus. Utiliser de résultats mémorisés			X

Il est important que l'enseignant joue fréquemment avec ses élèves. Sa posture oscille entre participation, retrait et observation.

Apprendre en réfléchissant et en résolvant des problèmes

Les nombres sont un outil performant pour résoudre des problèmes, le rôle de l'école maternelle est de le faire comprendre aux élèves.

Apprendre en s'exerçant

Les situations de jeu ou de manipulation sont à privilégier. La répétition et la reprise assurent l'automatisation de certaines tâches de bas niveau et libère de la ressource cognitive pour des tâches plus complexes. Il faut cependant veiller à ne pas automatiser trop tôt des procédures pour lesquelles l'élève ne ferait pas de sens.

Apprendre en se remémorant, en mémorisant

La mémorisation, chez les jeunes enfants, n'est pas volontaire. Ils s'appuient sur ce qu'ils voient et entendent dans les premières années de leur vie, d'où l'importance, pour l'enseignant, de proposer un langage clair et adapté, mais aussi de mettre en relation les acquisitions nouvelles avec les savoirs antérieurs. Des moments ayant pour finalité la mémorisation sont clairement organisés par l'enseignant.

Focus | Comment mobiliser les activités ritualisées qui évoluent dans le temps au service des apprentissages mathématiques

Des exemples de rituels sont donnés pp. 76 à 79

Focus | Décomposer et composer les nombres jusqu'à 10 : un exemple de mise en œuvre des modalités spécifiques d'apprentissage à l'école maternelle

Choix d'un problème de référence

Les maisons des oursons. Les élèves disposent d'une collection d'oursons (ou de tout autre figurines, par exemple 5) et de deux « maisons » qui sont en fait des boîtes plates. Ils doivent aller chercher des cartes sur lesquelles sont représentés des lits à mettre dans chacune des deux « maisons ». Ces cartes ont la même dimension que les « maisons » et comptent de 0 à 5 lits. Il faut donc associer deux cartes pour obtenir la quantité souhaitée.

Le guide explique comment faire évoluer cette activité de la PS à la GS et quelles procédures les élèves pourront utiliser (pp. 80 à 94).

Focus | Résoudre des problèmes d'ajout ou de retrait : un exemple de mise en œuvre en classe

Pp. 95 à 108, le guide propose une variante de *Jeu de la boîte jaune* adaptée de la PS à la GS.

Partie IV – De l'école maternelle à l'école élémentaire :

le nombre dans le cadre de la continuité grande section-CP

La continuité GS-CP est nécessaire pour rassurer l'enfant et sa famille dans ses premiers pas à l'école élémentaire, mais aussi pour éviter les ruptures de parcours dans les apprentissages. Les concertations avec les enseignantes et les enseignants du CP se font donc autour de deux axes : un axe individuel (acquis de l'élève, réussites et points d'attention) et un axe collectif (outils, matériels, procédures, progressions, programmations).

La construction du nombre

A l'école maternelle, l'enfant a appris que les nombres servent à désigner des quantités, que chaque nombre se construit en ajoutant 1 au nombre précédent. Il a commencé à construire la fonction ordinale du nombre et à utiliser les nombres pour résoudre des problèmes.

Les faits numériques : comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer

L'importance de la mémorisation des faits numériques pour l'apprentissage du calcul n'est plus à démontrer. Le travail de décomposition et recombinaison mené à l'école maternelle sert de base pour les apprentissages de l'école élémentaire et pour la construction d'automatismes. Il est important que des activités telles que le jeu de Lucky Luke, le jeu du saladier ou le Greli-Grelo continuent d'être pratiquées en CP.

Ce qui va changer, au CP, c'est la construction de la dizaine et son utilisation pour dire et écrire des quantités de plus en plus importantes.

Résoudre des problèmes : utiliser des nombres entiers et le calcul

A l'école maternelle, les élèves ont déjà résolu toutes sortes de problèmes. Ils ont compris que le nombre est un formidable outil pour cela. Ce qui va changer, au CP, c'est que l'on va apprendre à *coder* les transformations, unions de collections, ajouts, retraits, partages... en utilisant les signes +, - et =.

Des situations de référence pour assurer la continuité GS/CP et amorcer le calcul

Un même problème peut être résolu différemment en GS et en CP. Le dessin devient un schéma, les opérations sont codées. (Cf. *Guide pour enseigner le nombre, le calcul et la résolution de problèmes au CP*).

Le guide donne ensuite des exemples de problèmes pour assurer la continuité et la progressivité des apprentissages.

Exemples de problèmes pour assurer la continuité et la progressivité des apprentissages

- **Les roues des véhicules** : J'ai huit roues (dans ma boîte, on ne les voit pas). Combien puis-je équiper de motos ? De voitures ?
- **Une assiette pour chaque poupée** : « J'ai 5 poupées et 3 assiettes, combien manque-t-il d'assiettes pour que chaque poupée ait une assiette ? » C'est peu ou prou l'un des problèmes présents dans les évaluations nationales à l'entrée au CP.
- **Le jeu de la boîte** : ce jeu peut être poursuivi au CP : « J'ai des jetons dans ma boîte, on ne sait pas combien. J'en ajoute 2. Il y en a maintenant 5. Combien y en avait-il avant ? » ou « J'ai 3 jetons dans ma boîte, j'en ajoute encore 3, combien y a-t-il de jetons maintenant ? » sont des activités de GS que l'on peut mener au CP.