

# Espace et géométrie

Cette ressource s'inspire d'une ressource d'accompagnement des programmes de 2016 parue en fév. 2018 sur [eduscol.education.fr/ressources-2016](http://eduscol.education.fr/ressources-2016) qu'elle tente de résumer.

Elle ne concerne pas les compétences « Se repérer, décrire ou exécuter des déplacements, sur un plan ou sur une carte. », « Accomplir, décrire, coder des déplacements dans des espaces familiers. » et « Programmer les déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran. »

## Objectifs de l'enseignement de la géométrie à l'école

### Acquérir des connaissances et des compétences utiles pour la vie quotidienne

- Vocabulaire : nom des formes, mais aussi les termes spécifiques à la géométrie : aire, périmètre, côté, sommet...)
- Comprendre certaines représentations de l'espace (cartes, plans, dessins en perspective)
- Connaissances en programmation.

### Acquérir des connaissances et des automatismes pour la suite de la scolarité

- Les notions acquises à l'école primaire permettent de comprendre la géométrie qui sera enseignée au cycle 4.
- L'initiation à la programmation se poursuit au cycle 4 et au lycée dans le cadre de l'enseignement obligatoire « Algorithmique et programmation ».

### Acquérir des connaissances utiles en milieu professionnel

- Les connaissances géométriques sont essentielles pour tous les métiers qui impliquent la construction ou la conception d'objets.
- Elles sont aussi une première étape pour acquérir les connaissances informatiques de base, aujourd'hui nécessaires à toute activité professionnelle.

### Renforcer les aptitudes à raisonner et à argumenter dans toutes les disciplines

- La géométrie est, depuis Euclide, un outil de formation pour s'exercer à la logique et au raisonnement. Cinq axiomes d'où découlent des théorèmes et des propriétés qui servent à en construire d'autres.
- Dès le cycle 2, les élèves raisonnent en utilisant, par exemple, définitions et propriétés d'une figure pour en établir la nature.

## Liens avec les domaines du socle

Le langage de la géométrie est un langage spécifique que les élèves doivent maîtriser à l'issue du cycle 3 : point, droite, demi-droite, segment, solide, face, arête, sommet, polyèdre, cube, pavé droit, pyramide, prisme, boule, cône, polygone, côté, angle, carré, rectangle, losange, parallélogramme, cercle, rayon, diamètre, milieu, médiatrice, hauteur, droites parallèles, droites perpendiculaires, etc. (Domaine 1).

Les travaux de construction ou les problèmes de recherche favorisent l'implication dans le travail commun, l'entraide et la coopération. Les élèves apprennent à anticiper, planifier des tâches, gérer les étapes d'une construction. Ils apprennent aussi à mobiliser un vocabulaire spécifique, les outils et les ressources à leur disposition. (Domaine 2).

Ils apprennent aussi à débattre, à justifier leur choix et à confronter leur raisonnement à ceux des autres. (Domaine 3).

La géométrie est le fondement des mathématiques, faire de la géométrie donne aux élèves les fondements de la culture mathématique. Cela participe aussi au développement de la rigueur intellectuelle. (Domaine 4)

La modélisation en géométrie, l'utilisation de cartes, de plans, de maquettes, contribuent à comprendre de multiples façons de représenter le monde. (Domaine 5)

# Repères de progressivité

## Au cycle 1 – on construit

- On construit un langage spécifique :
  - les mots pour désigner les **solides** (*cube, pyramide, cylindre, boule*) ;
  - les mots pour désigner les **faces** de ces solides (*carré, rectangle, triangle, disque*) ;
  - les mots de l'espace (*devant, derrière, droite, gauche, dessous, dessus*)
- On construit des objets, des solides, en assemblant leurs arêtes (avec des pailles, des bâtons, des allumettes...) ou en assemblant leurs faces (avec des *polydrons*). Ce faisant, par la manipulation, on construit déjà les premiers concepts de la géométrie.

## Au cycle 2 – on s'outille

- L'utilisation des outils du géomètre (*règle non graduée, compas, équerre*) permettent de conceptualiser les notions de base : alignements, angles droits, équidistance...
- Les figures planes, d'abord reconnues globalement, sont progressivement décomposées en éléments simples que l'on apprend à nommer : points (sommets, centre, point d'intersection), segments (côtés, rayons, diamètres), angles droits. On apprend ainsi à reconnaître certaines de leurs propriétés.

## Au cycle 3 – on raisonne

- Le vocabulaire s'enrichit (*triangle isocèle, triangle équilatéral, losange, parallélogramme, diagonale, médiatrice, etc.*) pour nommer davantage d'objets et de concepts géométriques avec davantage de précision.
- L'utilisation des outils de la géométrie (*règle non graduée, compas, équerre*) renforce la compréhension des propriétés géométriques étudiées (parallélisme, perpendicularité, égalité des longueurs...) L'utilisation du rapporteur pour mesurer d'autres angles que l'angle droit est réservée au collège.
- Le travail sur la symétrie axiale se poursuit.
- L'étude des solides s'accompagne de la construction de patrons et de la représentation en perspective.

# Stratégies d'enseignement

## Différents types de tâches en géométrie

- **Reconnaître** : d'abord en faisant appel à la perception, puis en utilisant les instruments, les définitions et les propriétés des figures.
- **Nommer** : utiliser à bon escient le vocabulaire géométrique.
- **Vérier** : s'assurer, en recourant à des instruments ou des propriétés, que des objets géométriques vérifient certaines propriétés, ou s'assurer de la nature géométrique d'une figure.
- **Décrire** : élaborer un message pour permettre la représentation d'une figure géométrique ou son identification.
- **Reproduire** : construire une figure géométrique à partir d'un modèle fourni avec les mêmes dimensions ou en changeant d'échelle.
- **Représenter** : reconnaître ou utiliser les premiers éléments de codage d'une figure géométrique plane ou de représentation plane d'un solide (vue en perspective, patron).
- **Construire** : réaliser une figure géométrique plane à partir d'un programme de construction, d'un texte descriptif, d'un dessin à main levée, etc.

Toutes ces tâches peuvent être pratiquées en ménageant une progressivité qui peut s'appuyer sur les variables suivantes :

- Le support de construction : papier pointé, papier quadrillé, papier uni, logiciel de programmation, logiciel de géométrie, etc.
- La nature des figures et des éléments qui la composent ;
- Les éléments directement visibles ou les éléments non tracés, à retrouver pour reproduire une figure (alignements, milieu, angles droits, droites parallèles, etc. ;

- Les contraintes de construction : présence ou non d'une amorce à compléter, instruments autorisés, changement d'échelle ou non, etc. ;
- Le support de prise d'information : figure à reproduire, dessin à main levée avec codage, programme de construction, description, etc.

## Les outils de construction

L'utilisation des outils de construction est un enjeu majeur pour l'enseignement de la géométrie à l'école primaire. Des travaux de construction doivent être proposés à chaque période de chaque année de chaque cycle. C'est la manipulation physique des outils qui permet la compréhension et l'assimilation des concepts géométriques de base.

Construire des figures contribue à travailler les six compétences mathématiques de base qui sont :

- **Chercher** : comment décomposer une figure complexe en figures simples pour la reproduire ?
- **Modéliser** : un plan est une modélisation géométrique du réel, le sol de la classe peut être modélisé par un rectangle...
- **Représenter** : utiliser la perspective cavalière (C3) ou le dessin à main levée
- **Raisonner** : pour pouvoir construire une figure en utilisant une de ses propriétés ou sa définition
- **Calculer** : pour retrouver une donnée manquante, comme la longueur d'un côté d'une figure dont on connaît le périmètre.
- **Communiquer** : en rédigeant un programme de construction ou en utilisant un système de codage sur un dessin à main levée.

Le temps consacré aux travaux de construction de figures doit être suffisamment long pour permettre à chacun d'effectuer soi-même la construction attendue. Il est important que chacun s'y exerce d'abord seul ; même si le travail par deux peut être envisagé, dans ce cas, une des difficultés pour l'enseignant sera de s'assurer qu'aucun des deux membres du binôme ne « fasse à la place » de l'autre.

Les activités de construction sont assez faciles à différencier : types de supports, types d'outils, amorce plus ou moins aboutie...

## L'institutionnalisation en géométrie

En tant que remplaçants, vous n'avez en général pas à vous soucier de la manière dont les « savoirs mathématiques » seront exprimés dans la classe ou dans l'école. Les choix ont été faits par le conseil de cycle (qui peut aussi avoir choisi d'utiliser l'institutionnalisation proposée dans le manuel de mathématiques). Cependant, pour rédiger les écrits intermédiaires, vous aurez parfois besoin de vous questionner sur les « écrits de savoir » en vigueur dans la classe ou dans l'école. Quelques impondérables :

Veiller à ce que les affichages ou les « leçons » ne proposent pas que des figures prototypiques (carré *posé* sur un côté, losange *posé* sur un sommet, médiatrice d'un segment toujours proposé horizontalement...) qui conduisent à des conceptions erronées.

## Les énoncés mathématiques : définitions, propriétés et propriétés caractéristiques

L'argumentation attendue pour répondre à la question « Est-ce que cette figure est un rectangle ? » va varier considérablement du C1 au C3.

La **définition** est une affirmation qui consiste à donner un nom à un objet vérifiant certaines propriétés. Pour donner une définition, on utilise souvent le verbe *être*.

Le rectangle sera d'abord reconnu de manière perceptive, au cycle 2, on remarquera que les angles du rectangle sont droits (comme son nom l'indique), au cycle 3, on le classera dans la famille des quadrilatères, et l'on dira que *le rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits*, mais aussi qu'*un quadrilatère qui a quatre angles droits est un rectangle* (ce qui signifie, au passage, qu'un carré est un rectangle).

La **propriété** d'un certain type de figure précise des éléments vérifiés par l'ensemble des figures de ce type, mais ces éléments peuvent aussi être vérifiés par des figures d'un autre type. Pour exprimer une propriété, on utilisera de préférence le verbe *avoir*.

*Le rectangle a ses côtés opposés de même longueur. C'est une de ses propriétés, mais c'est aussi celle du losange ou du parallélogramme, qui, eux, ne sont pas des rectangles. La propriété d'une figure donnée ne permet pas forcément de dire de quel type de figure il s'agit. Voici d'autres propriétés du rectangle : le rectangle a ses côtés opposés parallèles. Un rectangle a ses diagonales qui se coupent en leur milieu. Un rectangle a ses diagonales de même longueur.*

Une **propriété caractéristique** permet d'établir la nature de la figure à l'aide d'éléments autres que ceux de sa définition. Elle est souvent formulée par « Si ..., alors... » *Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et qui sont de même longueur, alors c'est un rectangle.* Mais l'utilisation des propriétés caractéristiques est réservée au collège.

## Cas particulier du disque

Au cycle 1, un disque et un cercle sont la même chose.

Au cycle 2, l'élève a construit des cercles, librement d'abord, puis de manière de plus en plus contraignante : contrainte sur le choix du centre, sur la longueur du rayon. Les termes *centre* et *rayon* font leur apparition dans son bagage langagier. En fin de cycle 2, il différencie le cercle comme étant le contour d'une surface appelée *disque*. Mais c'est au cycle 3 que l'on exigera des élèves que les deux mots soient bien différenciés.

Ce travail sur le vocabulaire de la géométrie est un excellent point de départ pour évoquer également la *polysémie* des mots *rayon*, *centre*, *disque*... en lien avec le français.

## Les angles

À l'école primaire, on ne s'attache qu'à comparer des angles par rapport à l'angle droit sans être amené à les mesurer. Les termes *aigu* et *obtus* peuvent apparaître, mais sans exiger des élèves qu'ils sachent les utiliser.

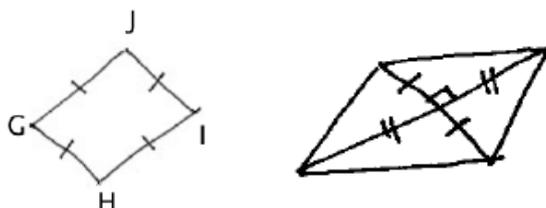
## Les notations

À l'école primaire, on n'exigera pas des élèves qu'ils sachent utiliser les notations usuelles de la géométrie. Par contre, de l'enseignant, oui. Dans les écrits mathématiques, on écrira donc « la droite (AB) » ou « le segment [AB] ». L'enseignant jugera de la pertinence ou non de corriger la notation dans les écrits de travail des élèves. Pour mémoire, quelques notations usuelles :

- (AB) : la droite passant par A et B
- [AB] : la demi-droite d'extrémité A et passant par B
- $\overline{AB}$  : le segment d'extrémités A et B
- AB : la mesure du segment [AB], ainsi peut-on écrire  $AB = 3,4$  cm, mais on ne peut pas écrire  $[AB] = 3,4$  cm
- ABC : le triangle ayant pour sommets A, B et C
- d (ou toute lettre minuscule) : une droite appelée d

## Le codage des figures géométriques

Dès la première année de cycle 3 on introduit le codage des angles droits et des segments de même longueur sur les figures dessinées à main levée. Ce codage étant amené à se complexifier par la suite, il reste simple à l'école élémentaire, mais doit néanmoins faire l'objet d'une explicitation sinon d'un apprentissage.



## La symétrie axiale

Au cycle 2, les élèves ont cherché des axes de symétrie, ont construit les symétriques de figures simples en procédant par pliage ou en utilisant des supports quadrillés ou du papier calque. Au cycle 3, la symétrie axiale s'accompagne de l'utilisation des outils de la géométrie que sont l'équerre, le compas (pour le report des longueurs), sur papier pointé ou quadrillé, avec un axe vertical d'abord, puis oblique.

Comprendre ce qu'est un axe de symétrie est grandement facilité par l'utilisation de logiciels tels que [Mathenpoche](#) qui proposent une définition *dynamique* (c'est-à-dire *en mouvement*).

Afin de ne pas laisser s'installer des conceptions erronées, l'enseignant devra veiller à proposer des exercices qui permettent de différencier parmi les productions des élèves celles qui relèvent bien de l'utilisation de la symétrie de celles qui relèvent de la simple translation. De même, placer l'axe de symétrie ailleurs qu'au milieu de la feuille permet d'affiner la perception qu'ont les élèves de cette transformation. Pour varier les plaisirs, on trouvera sur [Incompetch](#) différents types de papiers quadrillés : quadrillages carrés, triangulaires, hexagonaux, en losange, papiers pointés...

## L'espace et les solides

Le travail sur l'espace et les solides s'articule autour de deux grands axes :

1. **Maîtrise d'un vocabulaire spécifique**
2. **Reconnaissance, utilisation et construction de représentations de l'espace** : sous forme de plan, de vues sous différents angles, de photographies, de patrons, etc.

Aux cycles 1 et 2, les élèves ont appris à nommer et à différencier différents solides : la boule, le cylindre, le cône, le cube, le pavé droit, la pyramide ; ainsi que les termes qui servent à les décrire : faces, arêtes, sommets. Au cycle 3, ce travail se poursuit et s'enrichit de nouveaux solides : le prisme droit, les pyramides régulières.

L'élève rencontre aussi au cycle 3 une façon de les dessiner : la perspective cavalière. Ce dessin est grandement facilité par l'utilisation de papier pointé. Vous trouverez de nombreuses activités de représentation de volumes sur papier pointé dans [La troisième dimension, voir et concevoir dans l'espace](#) conçu par l'IREM de Paris Nord.

Le travail sur les patrons doit toujours être l'objet d'une manipulation. Permettre à l'enfant de plier, déplier, découper, assembler... c'est lui donner l'occasion de comprendre avec ses mains les concepts géométriques sous-jacents.

## Les outils numériques en géométrie

L'utilisation de logiciels de géométrie, présentés en vidéoprojection, peut permettre de faciliter la compréhension des représentations des figures géométriques, notamment des volumes, qu'il devient possible de faire tourner, pivoter...

L'outil numérique peut aussi être utilisé pour construire ou pour mémoriser les étapes d'une construction de manière dynamique (par exemple [comment construire un angle droit](#) mais aussi des figures plus complexes dont les étapes de construction sont données sous la forme de films muets).

## Exemples de situations d'apprentissage

[La géométrie flash](#) : c'est à la géométrie ce que le calcul mental est au calcul posé.

[Les quadrilatères](#) : une activité à mener avec le logiciel Geogebra pour renforcer les connaissances des définitions et des propriétés des quadrilatères.

[Les programmes de construction](#) : C2 et C3, les compétences *Suivre un programme de construction*, mais aussi *Rédiger un programme de construction* sont ici travaillées. C'est assez simple à mener en aparté d'une progression en géométrie.

[Activités sur le cube](#) (cycle 3) : un rallye maths autour du cube qui aborde patron, vue en perspective et tracés sur feuille pointée. Encore une situation de réinvestissement d'apprentissages qui peut être menée en aparté d'une progression.