

# Enseigner la géométrie à l'école

...

Hazebrouck - 23 mars 2022

Anna-Caroline N'Goran - Frédéric Paris - Pierre Snaet

# Objectifs et déroulement de la demi-journée

## Objectifs

- Connaître les savoirs et savoir-faire indispensables à la poursuite de la scolarité des élèves : vocabulaire employé, figures géométriques étudiées
- Savoir comment évoluent ces savoirs et savoir-faire du C1 au C3
- Mettre en oeuvre des activités de recherche en géométrie

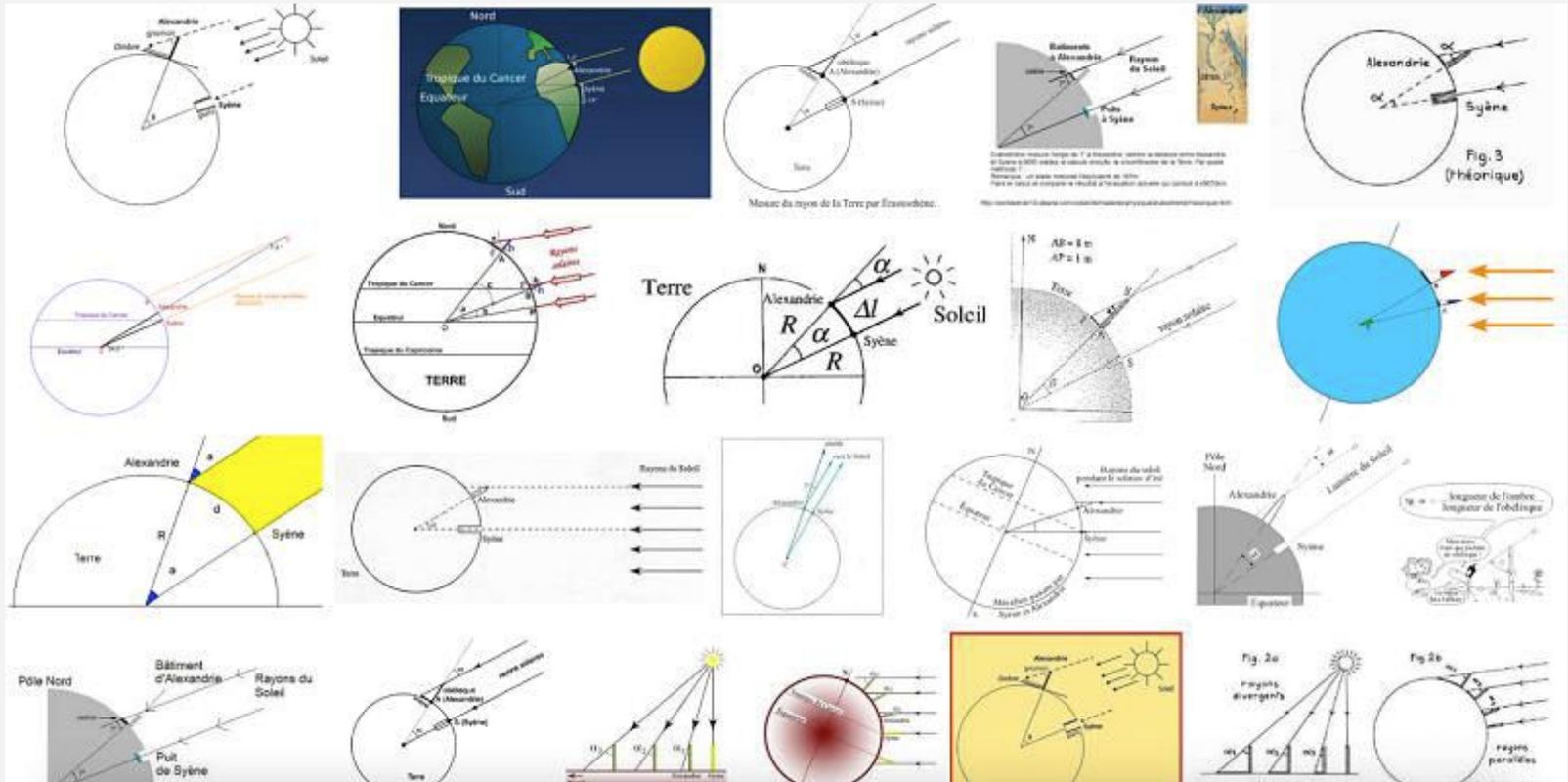
## Déroulement

1. Accueil (café ?) émargement (15 min)
2. Atelier 1 (45 min.)
3. Atelier 2 (45 min)
4. Atelier 3 (45 min)
5. Regroupement - synthèse (30 min)

# ...vous avez dit géométrie ?

Ce mot vient du grec GEOS = Terre  
et METRON = Mesure

Ce qui désigne la MESURE DE LA TERRE



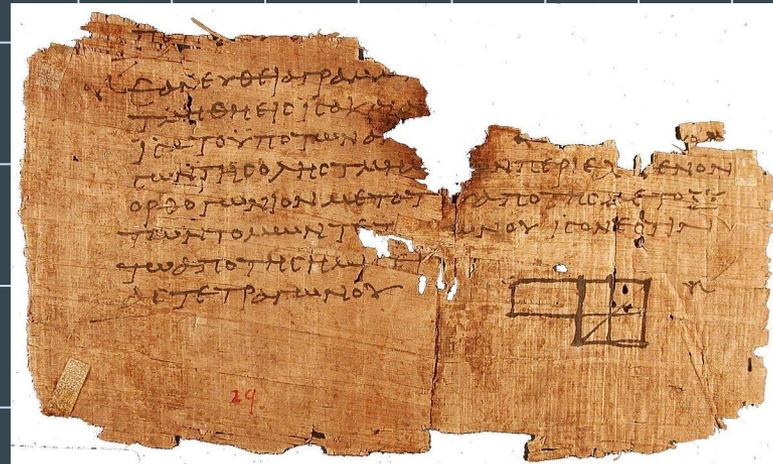
# ...Géométrie ou géométries ?



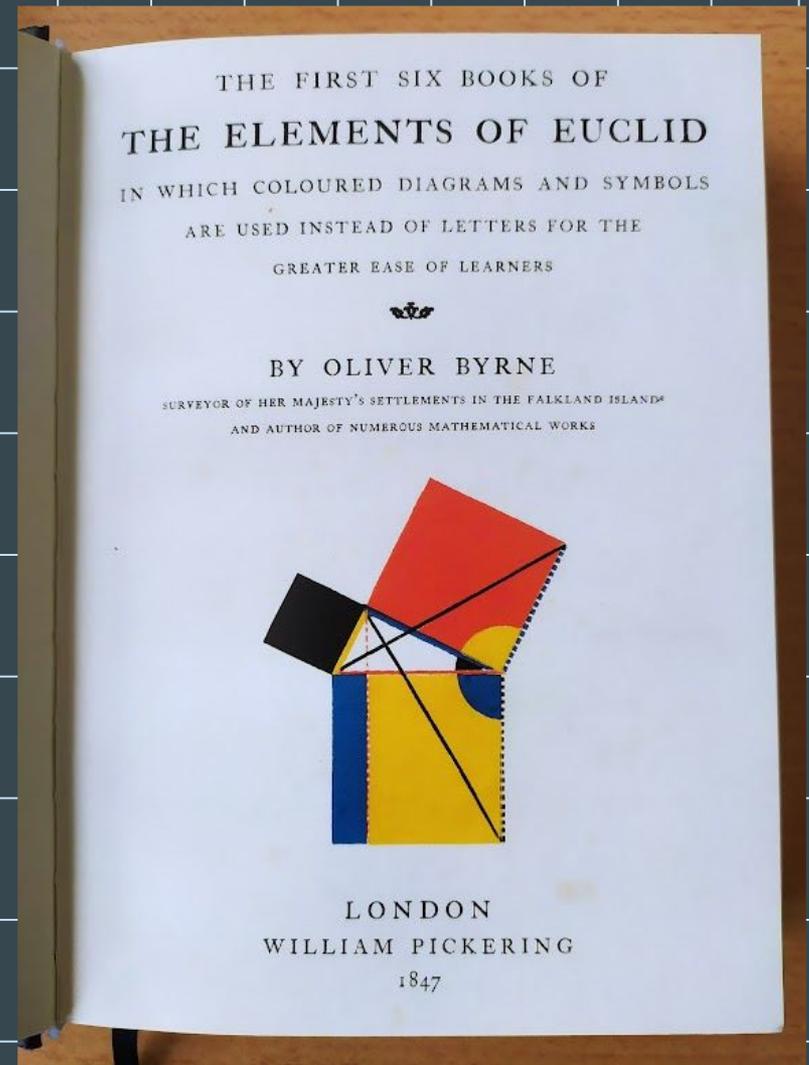
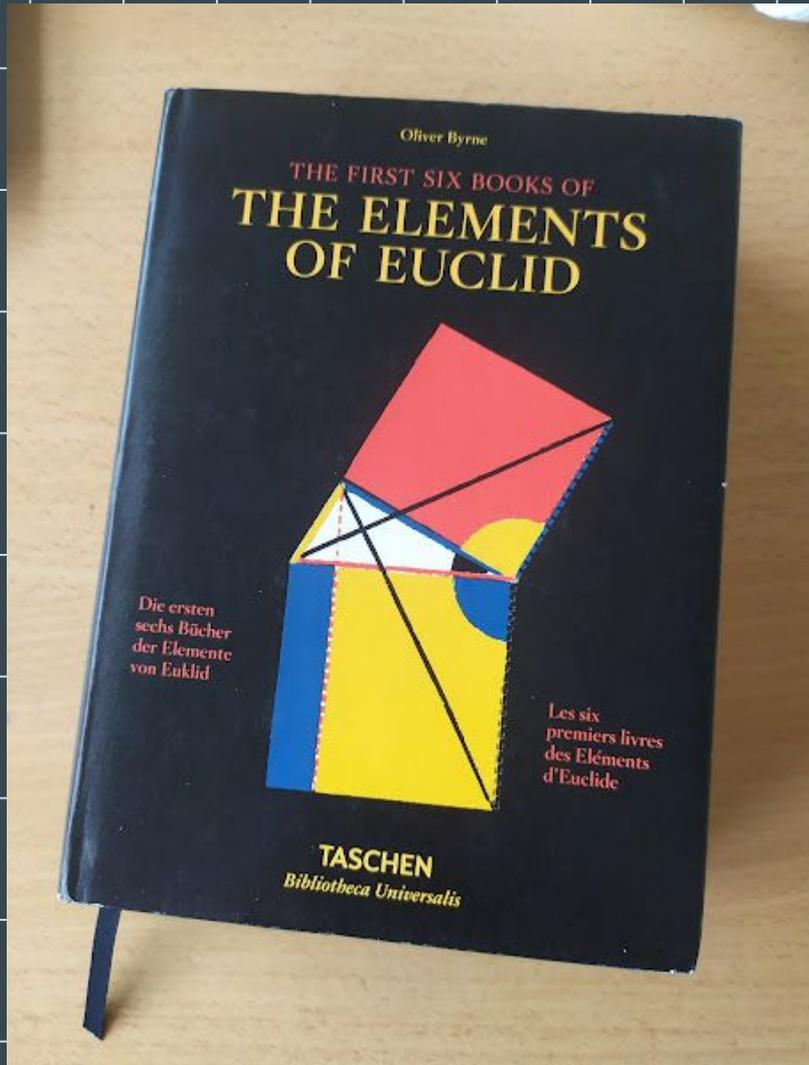
En 300 av.JC, le mathématicien grec **Euclide** a structuré le savoir géométrique de l'époque en 13 volumes.

Depuis plus de 2 000 ans, c'est cette géométrie qui est enseignée à l'école.

## Géométrie euclidienne



# Petite parenthèse historique



# ...Géométrie ou géométries ?

Il existe d'autres types de géométries non euclidiennes :  
géométrie sphérique, absolue, hyperbolique...

<https://culturemath.ens.fr/thematiques/superieur/geometries-euclidienne-et-non-euclidiennes>

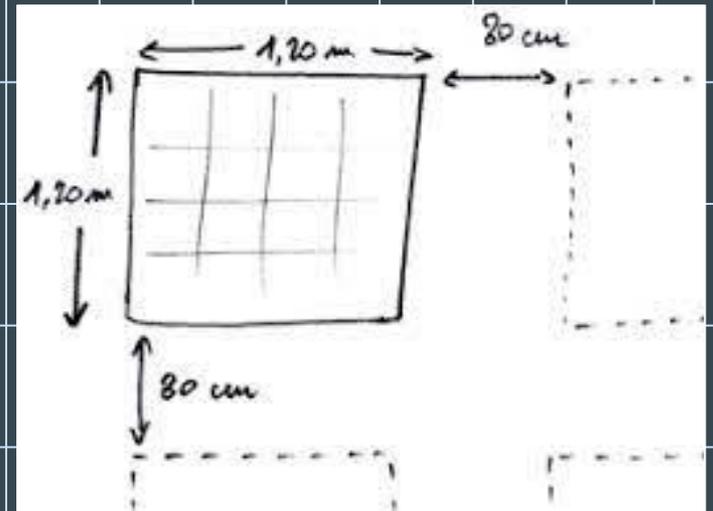
1

**Pourquoi faire  
de la géométrie  
à l'école ?**

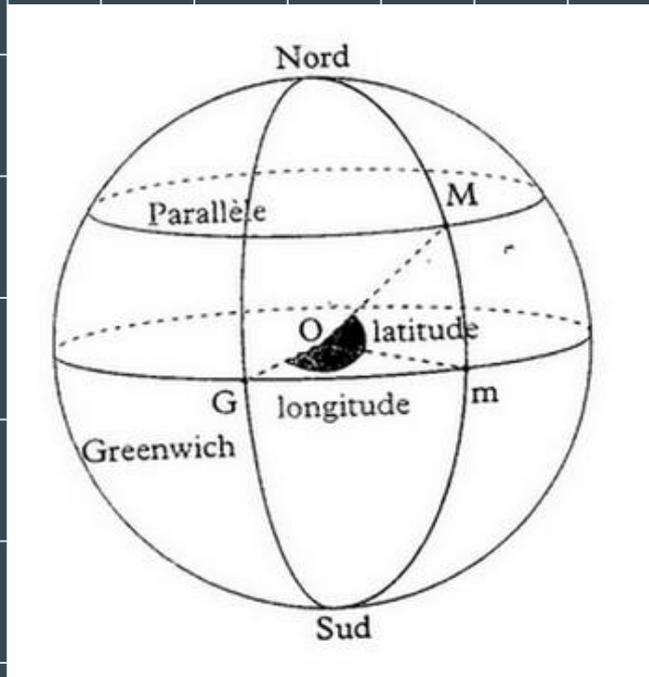
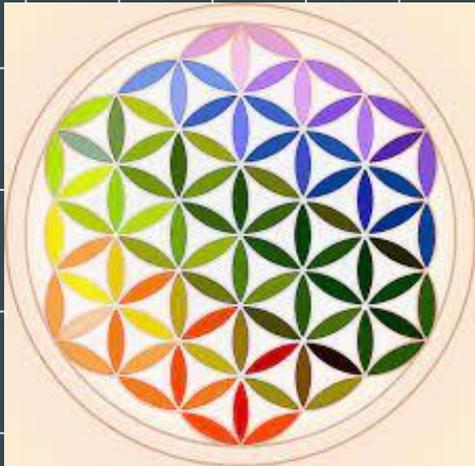


A l'école primaire :  
**la géométrie = la modélisation de l'espace**

1. C'est un outil pour répondre à des problèmes de l'espace physique, posés dans le cadre de pratiques sociales, culturelles et plus tard, professionnelles.



2. La géométrie établit des “ponts” entre plusieurs disciplines : mathématiques, géographie, EPS, arts plastiques...





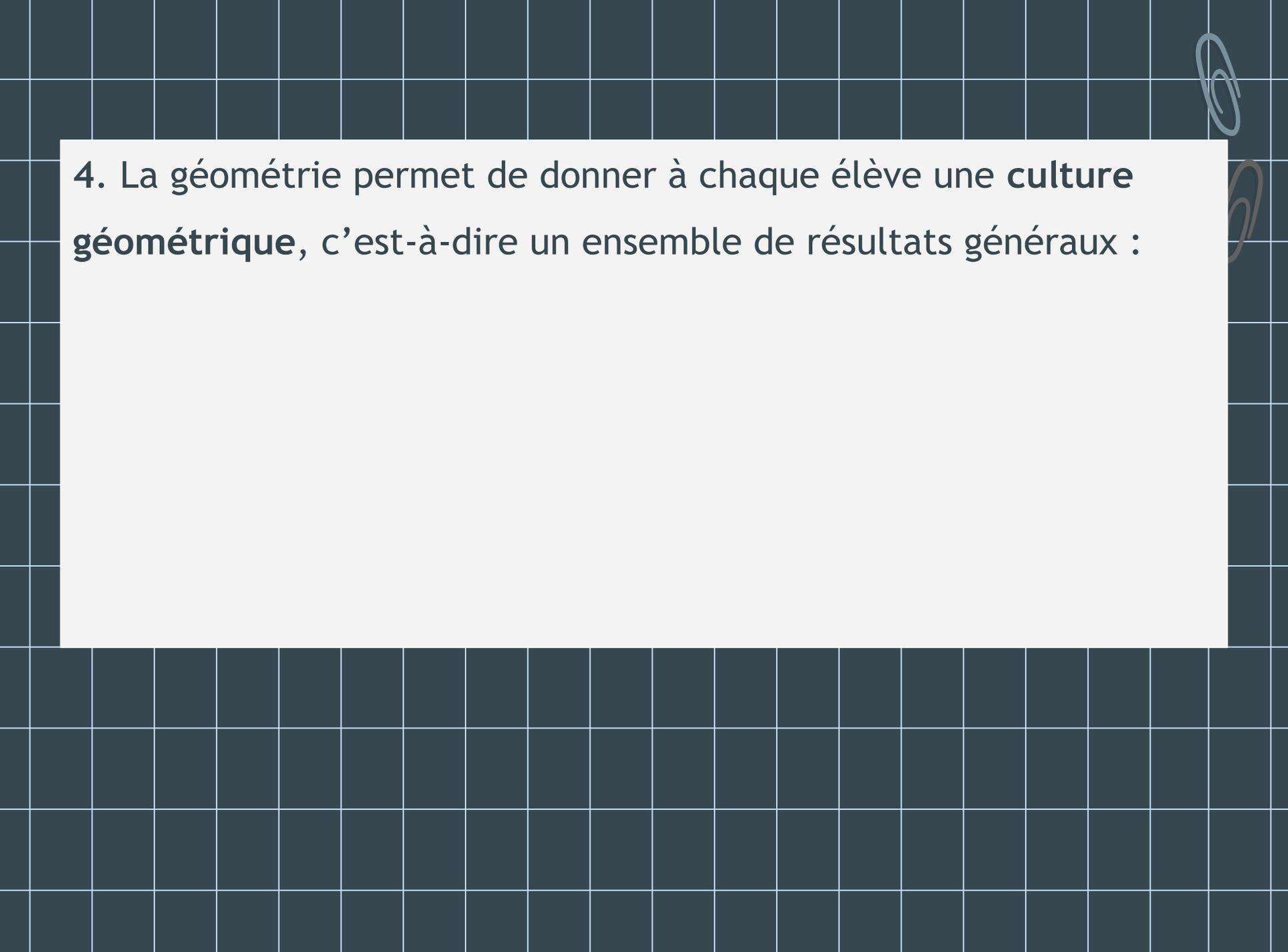
Parallèles et perpendiculaires avec  
Mondrian



Les cercles avec Fibonacci

3. La géométrie est un lieu privilégié de l'initiation au raisonnement (expliquer, justifier, démontrer)





4. La géométrie permet de donner à chaque élève une **culture géométrique**, c'est-à-dire un ensemble de résultats généraux :



4. La géométrie permet de donner à chaque élève une **culture géométrique**, c'est-à-dire un ensemble de résultats généraux :

- le vocabulaire
  - des propriétés d'objets géométriques
  - des procédés de construction
  - des théorèmes
- 



4. La géométrie permet de donner à chaque élève une **culture géométrique**, c'est-à-dire un ensemble de résultats généraux :

- le vocabulaire
- des propriétés d'objets géométriques
- des procédés de construction
- des théorèmes

Naissance d'un langage géométrique



LIBERTÉ • ÉGALITÉ • FRATERNITÉ  
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE  
DE L'ÉDUCATION  
NATIONALE

édusCOL Informer et accompagner  
les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Espace et géométrie

## Espace et géométrie au cycle 3

Cette ressource ne concerne pas les compétences « Se repérer, décrire ou exécuter des déplacements, sur un plan ou sur une carte. », « Accomplir, décrire, coder des déplacements dans des espaces familiers. » et « Programmer les déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran. » du domaine *Espace et géométrie* du programme de mathématiques du cycle 3, qui sont traitées dans une ressource dédiée : [Initiation à la programmation aux cycles 2 et 3.](#)

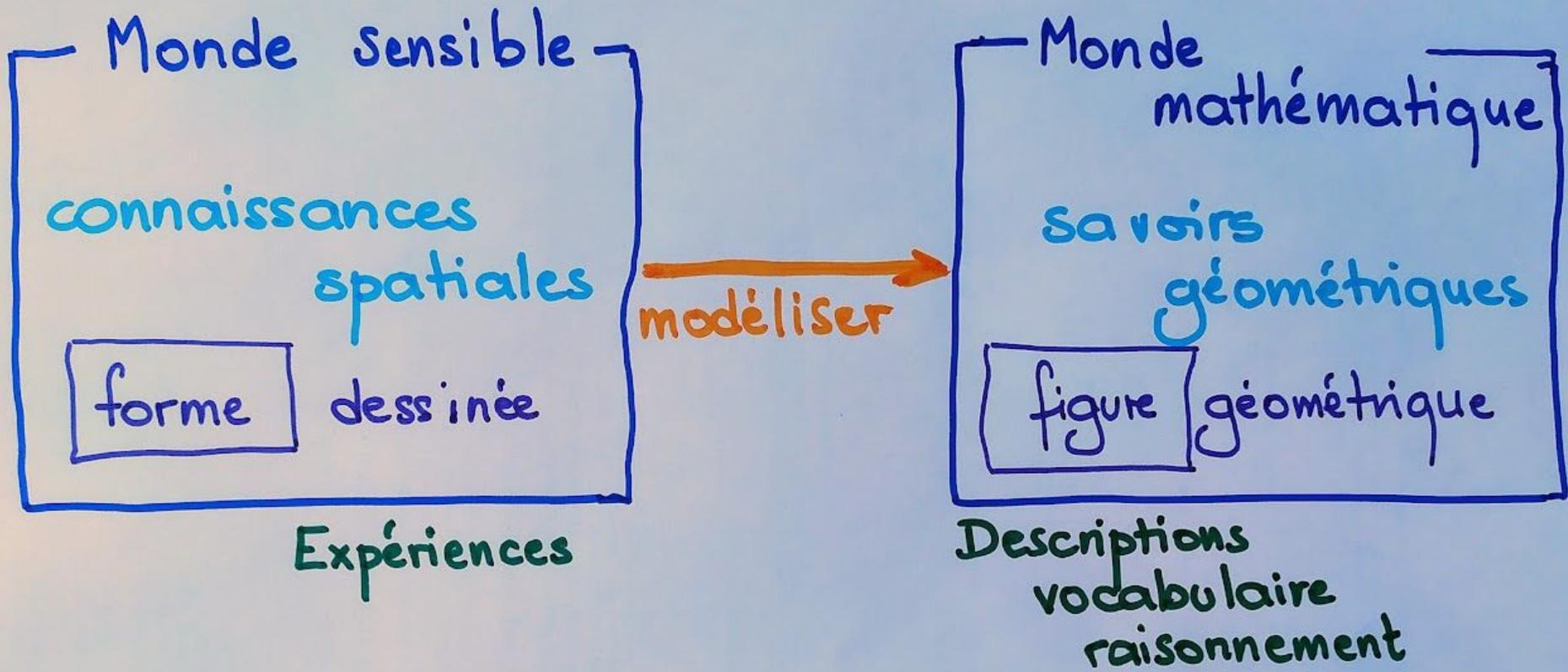
février 2018

[eduscol.education.fr/ressources-2016](https://eduscol.education.fr/ressources-2016)

2

Explicitation  
de quelques  
concepts

# Le géomètre modélise le monde réel

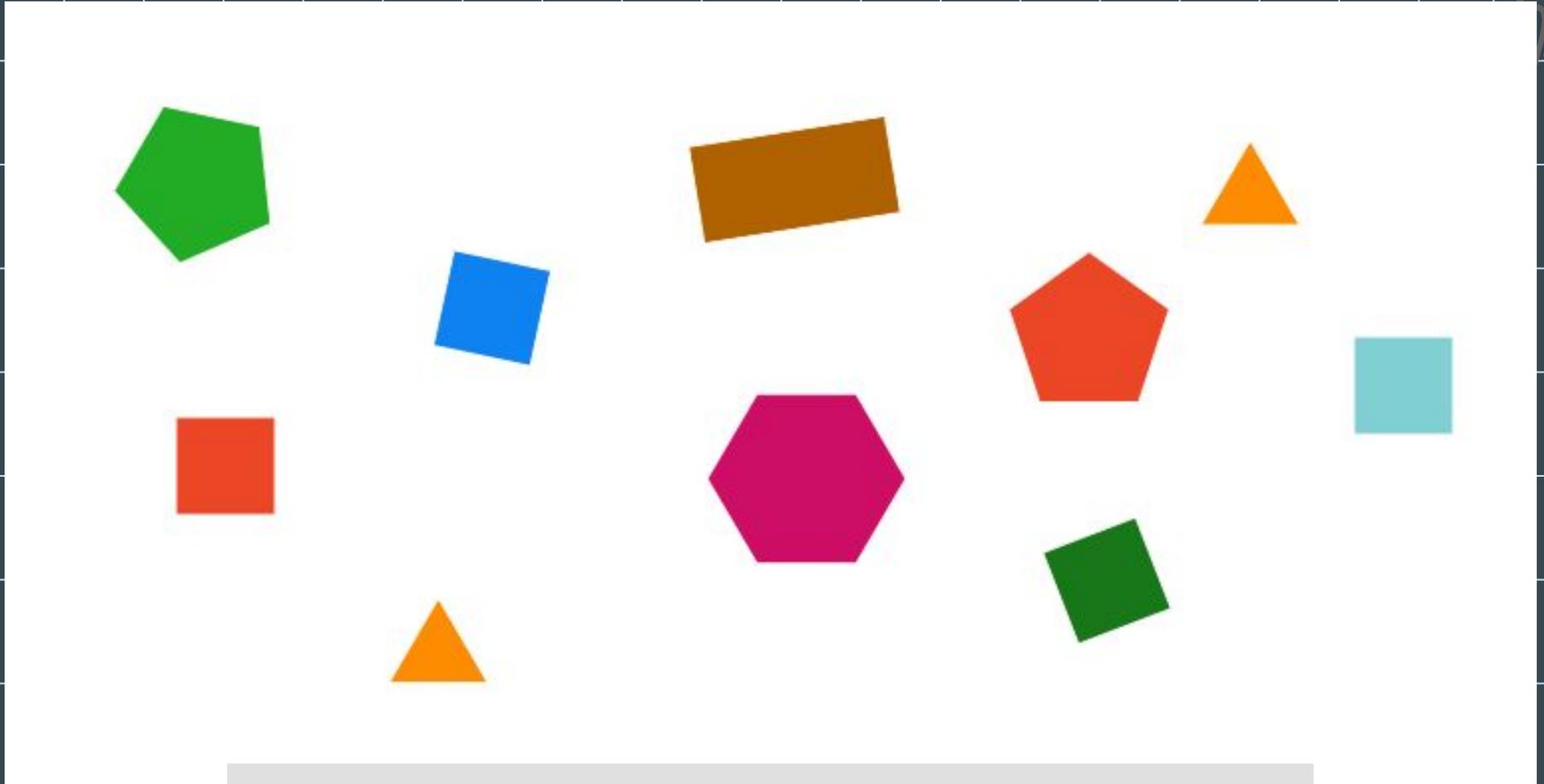


Qu'est-ce que c'est ?



répondez sur [www.wooclap.com/UPYOJH](http://www.wooclap.com/UPYOJH)

Et là ? Combien comptez-vous de figures géométriques ?



répondez sur [www.wooclap.com/UPYOJH](http://www.wooclap.com/UPYOJH)

## A. Les grands types de géométrie

- a. Trois grandes catégories de géométries dans l'enseignement primaire et secondaire

“Est vrai ce que je vois.”

# Géométrie perceptive

1

“Cela a la forme d’un carré”



→ On s’interroge sur ce que l’on voit, mais on n’utilise pas de moyen argumenté de vérification.

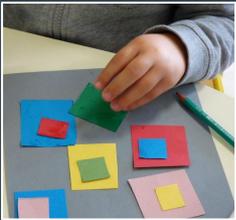
→ Il y a déjà une première entrée dans l’abstraction, puisqu’on généralise un objet particulier par ses propriétés visuelles.

*“Est vrai ce que je vois.”*

## Géométrie perceptive

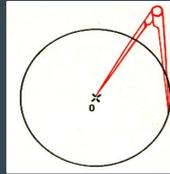
1

*“Cela a la forme d’un carré”*



On passe d’un objet réel vers un objet géométrique idéal, par l’usage d’instruments qui matérialisent une propriété.

*“Le compas va marquer une distance identique pour tous les points du cercle.”*



2

## Géométrie instrumentée

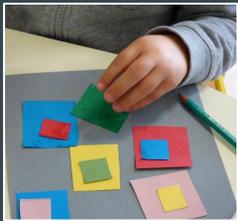
*“Sont vraies les propriétés que je contrôle à l’aide des instruments”*

*“Est vrai ce que je vois.”*

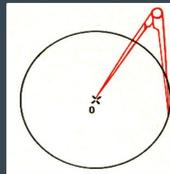
1

## Géométrie perceptive

*“Cela a la forme d'un carré”*



*“Le compas va marquer une distance identique pour tous les points du cercle.”*



2

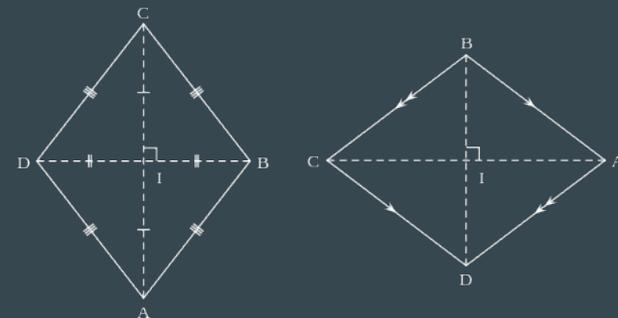
## Géométrie instrumentée

*“Sont vraies les propriétés que je contrôle à l'aide des instruments”*

3

## Géométrie déductive

*Un objet géométrique est défini uniquement par ses propriétés. Cette géométrie s'appuie sur des axiomes ou des théorèmes.*



*“Ce quadrilatère est un losange parce qu'on a prouvé que ses diagonales se coupent en leur milieu.”*

b . En résumé : quelle géométrie pour quel niveau ?

1

**Géométrie  
perceptive**

*Cycles 1 et 2*

**Se déplacer  
Déplacer  
Se repérer  
Dessiner  
Fabriquer**

2

**Géométrie  
instrumentée**

*Fin de cycle 2 et  
cycle 3*

**Décrire, nommer  
Repérer,  
identifier  
Construire, tracer**

3

**Géométrie  
déductive**

*Fin de cycle 3 et  
collège.*

*Elle n'est pas explicitement  
travaillée en primaire,  
mais présente (recours aux  
propriétés).*

**Démontrer  
Prouver**

## C. Géométrie et espace

### a. D'un espace physique à un espace représenté

L'enfant agit et perçoit des sensations en mettant son corps en contact avec l'environnement.

De l'espace vécu...

L'enfant fait appel à des codes graphiques pour lire et représenter des informations spatiales.

...à l'espace représenté.



## C. Géométrie et espace

### a. D'un espace physique à un espace représenté

L'enfant agit et perçoit des sensations en mettant son corps en contact avec l'environnement.

De l'espace vécu...

L'enfant fait appel à des codes graphiques pour lire et représenter des informations spatiales.

...à l'espace représenté.

Le langage oral a une grande importance : grâce à la parole, l'enfant peut communiquer ou recevoir des informations relatives à la position ou l'orientation d'objets dans l'espace.

## C. Géométrie et espace

### a. D'un espace physique à un espace représenté

L'enfant agit et perçoit des sensations en mettant son corps en contact avec l'environnement.

De l'espace vécu...

L'enfant fait appel à des codes graphiques pour lire et représenter des informations spatiales.

...à l'espace représenté.

Le langage oral a une grande importance : grâce à la parole, l'enfant peut communiquer ou recevoir des informations relatives à la position ou l'orientation d'objets dans l'espace.

Si l'objectif est d'aller vers la représentation, il est nécessaire d'effectuer de nombreux allers-retours tout au long de la scolarité entre les représentations géométriques et l'espace physique.

3

La géométrie  
à l'école

## Deux aspects à travailler progressivement :

- **Une géométrie pragmatique du faire**, de l'action, où la précision des tracés est importante car la validation se fait avec les instruments.
- **Une géométrie au sens mathématique**, qui consiste à réfléchir sur les propriétés des objets, à mettre en oeuvre le raisonnement déductif.

# 3. La géométrie à l'école

## 5 types de compétences importantes chez les élèves :

### Compétences visuelles :

Reconnaissance, Observation des propriétés, interprétation, images mentales...

### Compétences orales :

Usage correct de la terminologie et communication précise lors de la description de notions ou relations spatiales.

### Compétences logiques :

Classification, reconnaissance de propriétés essentielles, repérage des régularités, capacités de déduction.

### Compétences en dessin :

Capacité à représenter des formes géométriques, des solides, la communication se fait par le dessin

### Compétences appliquées :

Utilisation concrète de la géométrie, par exemple pour la fabrication d'un objet décoratif, d'une boîte...

# 3. La géométrie à l'école

## B. Les grands types d'activités géométriques à l'école

### a. 5 grands types d'activités

**Reconnaître**

**Décrire**

**Reproduire**

**Construire**

**Transformer**

# Reconnaître

Reconnaître c'est identifier les critères d'une figure donnée, soit représentée seule, soit intégrée à une figure complexe.

# Reconnaître

Reconnaître c'est **identifier les critères d'une figure donnée, soit représentée seule, soit intégrée à une figure complexe.**

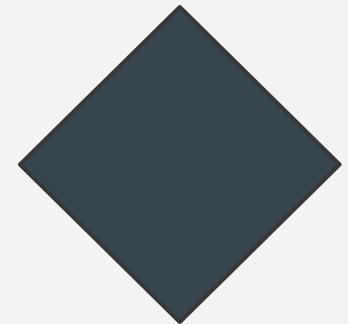
La reconnaissance d'une figure renvoie à la **façon dont nous percevons les figures géométriques** et plus généralement le monde qui nous entoure :

- L'analyse de chaque partie de la figure nécessite un effort qui n'a rien de naturel,
- la reconnaissance d'une figure est directement liée aux connaissances stockées dans la mémoire à long terme sous forme de figures "prototypiques". Toutefois, ces "prototypes" restent des figures particulières, ce qui expliquerait les difficultés de reconnaissance quand les figures ne sont pas dans leur position habituelle.

# Reconnaître

Une figure prototypique est une figure “modèle” intégrée dans la mémoire à long terme. Elle est intégrée avec des positionnements et des dimensions spécifiques qui peuvent entraîner des difficultés de reconnaissance.

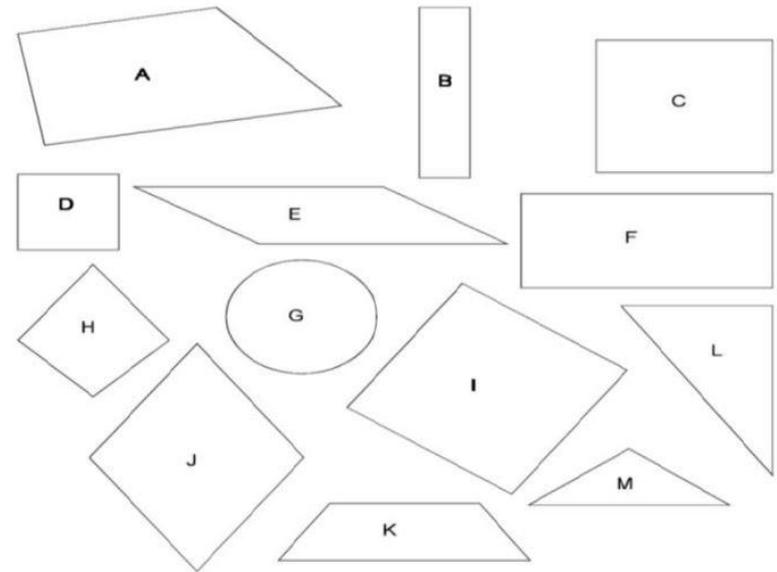
*Ex. La figure prototypique du carré est une figure dont les bords sont parallèles à la feuille. Cela peut amener une difficulté de reconnaissance de la figure quand celle-ci est présentée sur la pointe.*



# Reconnaître

*Exemple d'activité de reconnaissance au cycle 3 :*

Voici des polygones.



Trouve en les nommant :

Les triangles : .....

Les carrés : .....

Les rectangles : .....

# Décrire

Décrire un objet c'est **donner sous forme orale ou écrite des propriétés géométriques qui permettent de l'identifier.**

# Décrire

Décrire un objet c'est **donner sous forme orale ou écrite des propriétés géométriques qui permettent de l'identifier.**

On peut décrire un objet pour que les autres puissent :

- le reconnaître parmi plusieurs
- le construire sans l'avoir sous les yeux, uniquement en lisant ou en écoutant sa description

# Décrire

Décrire un objet c'est **donner sous forme orale ou écrite des propriétés géométriques qui permettent de l'identifier.**

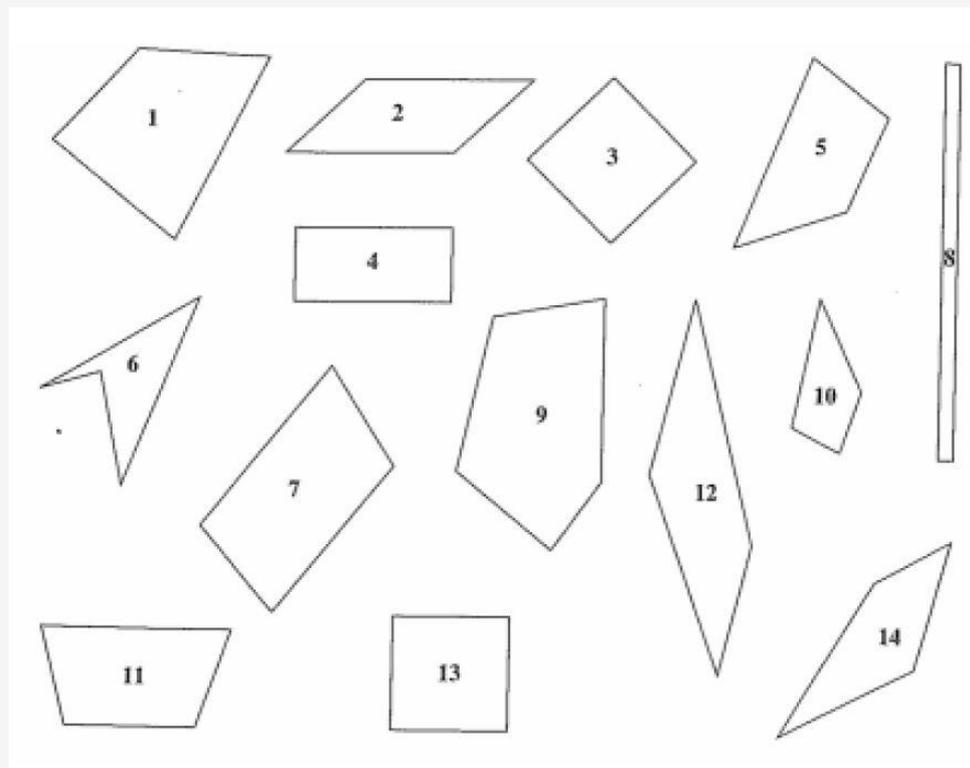
On peut décrire un objet pour que les autres puissent :

- le reconnaître parmi plusieurs
- le construire sans l'avoir sous les yeux, uniquement en lisant ou en écoutant sa description

Penser également au mime, notamment en maternelle, quand les élèves ne maîtrisent pas encore le vocabulaire : cela peut être un moyen d'amener la nécessité du vocabulaire précis

# Décrire

*Exemple d'activité de description : le jeu du portrait*



# Reproduire

**Les élèves disposent d'un objet** (dans le plan ou dans l'espace) et ils doivent en réaliser une copie.

# Reproduire

**Les élèves disposent d'un objet** (dans le plan ou dans l'espace) et ils doivent en réaliser une copie.

Pour reproduire, les élèves peuvent utiliser plusieurs types d'outils que l'on peut autoriser ou interdire selon les connaissances géométriques qui sont en jeu : papier calque, papier quadrillé, gabarit, outils usuels de la géométrie : règle graduée ou non, compas, équerre...

L'élève peut valider son travail en comparant la reproduction au modèle.

# Reproduire

Le travail de reproduction peut permettre :

- le **réinvestissement** de certaines connaissances géométriques et on utilise alors comme modèle des objets que les élèves ont déjà étudiés,
- l'**introduction de nouvelles connaissances** : l'apprentissage se fait alors en situation

# Reproduire

Le travail de reproduction peut permettre :

- le **réinvestissement** de certaines connaissances géométriques et on utilise alors comme modèle des objets que les élèves ont déjà étudiés,
- l'**introduction de nouvelles connaissances** : l'apprentissage se fait alors en situation

Pour reproduire un objet, les élèves peuvent utiliser des propriétés de manière implicite. L'enseignant devra donc les aider à les expliciter.

Dans l'organisation de la classe, on peut envisager une succession de phases :

- observation de l'objet à reproduire
- description succincte de la tâche
- reproduction
- comparaison avec le modèle
- synthèse de ce que l'on a appris au cours de l'activité

**Reproduire**

**Choix d'un problème de reproduction**



# Reproduire

## Choix d'un problème de reproduction

Ce qui est important :

- la nature de la figure et sa complexité
- la présence ou non d'une amorce (nature, position et taille par rapport au modèle ?)
- la présence ou non de couleurs
- la nature du support (feuille blanche, quadrillée, pointée...)
- le choix des instruments

# Construire

Contrairement à la reproduction, quand on construit un objet, on ne dispose pas du modèle de cet objet. **On construit à partir d'une description ou d'une représentation de l'objet.**

# Construire

Contrairement à la reproduction, quand on construit un objet, on ne dispose pas du modèle de cet objet. **On construit à partir d'une description ou d'une représentation de l'objet.**

*Attention :*

L'activité de construction ne passe pas forcément par une consigne écrite ni pas l'utilisation d'outils géométriques.

# Construire

*Exemple d'activité de construction : suivre un programme de construction (C3)*

Sur une feuille blanche, réalise la construction ci-dessous :

1. Trace un cercle de centre A et de rayon 5 cm
2. Place un point B sur le cercle
3. Trace (AB)
4. Sur [AB], place un point C à 4 cm de A
5. Trace un cercle de centre C et de rayon 4 cm

# Transformer

On transforme une figure donnée **selon des critères précis** :

- Agrandissement, réduction
- Symétrie...

# Transformer

On transforme une figure donnée **selon des critères précis** :

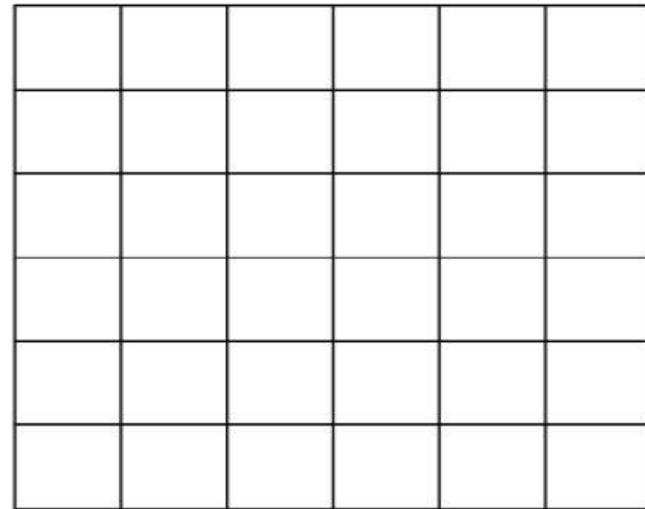
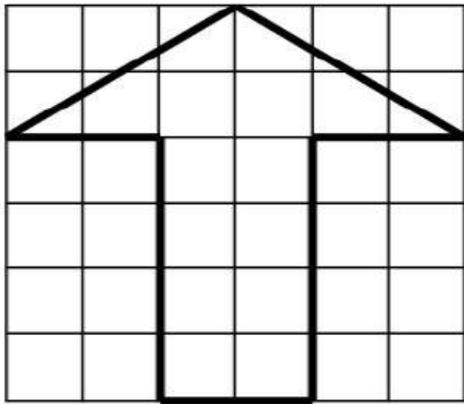
- Agrandissement, réduction
- Symétrie...

*Certaines propriétés géométriques restent invariantes par ces transformations, d'autres, au contraire ne sont pas conservées.*

*La transformation peut être facilitée ou complexifiée par les types de supports ou les outils disponibles : ce sont des variables didactiques (cf. plus loin)*

# Transformer

*Exemple d'activité de transformation en cycle 2 : un agrandissement*





## Intérêts du tracé à main levée



## Intérêts du tracé à main levée

- Les tracés à main levée participent à la **construction d'images mentales** nécessaires pour pouvoir reconnaître et identifier diverses propriétés (alignements, angles droits, égalités de longueurs, etc.)
- Ils constituent souvent une première étape avant les tracés à l'aide d'instruments.

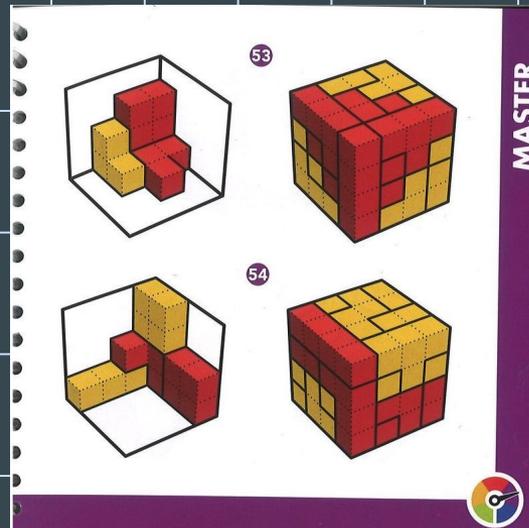
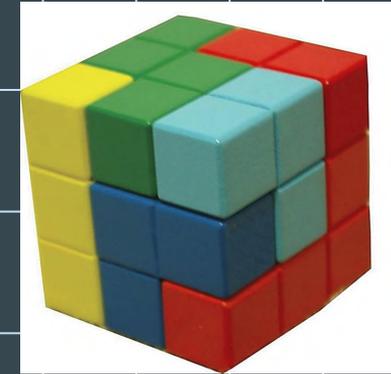
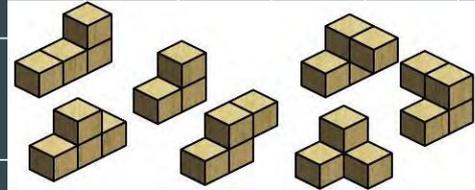
5

# Ressources et outils

# Géométrie dans l'espace

Cubes Soma : casse tête avec 7 pièces constituées de cubes unitaires.

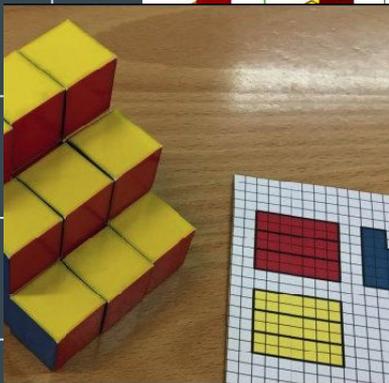
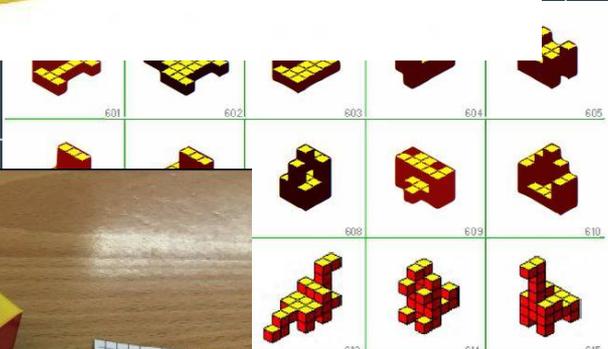
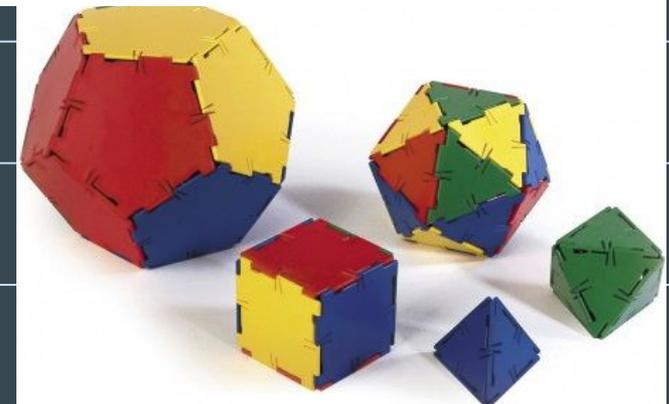
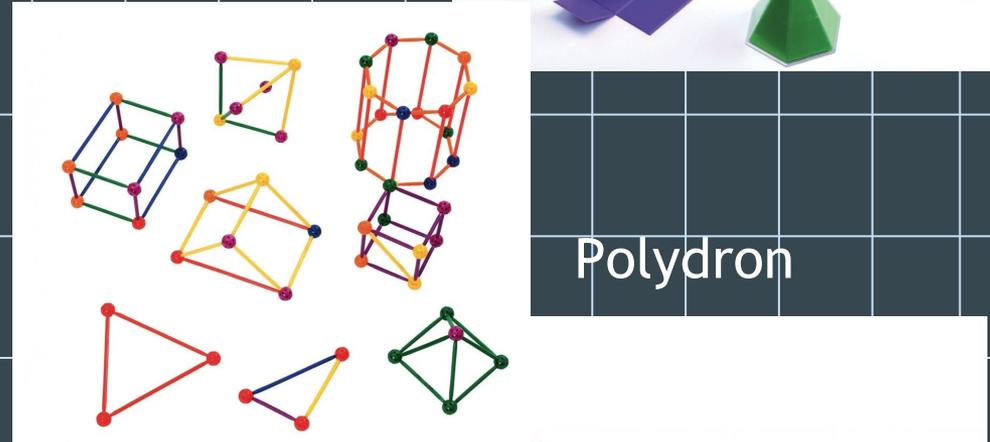
[https://fr.wikipedia.org/wiki/Cube\\_Soma](https://fr.wikipedia.org/wiki/Cube_Soma)



# Géométrie dans l'espace

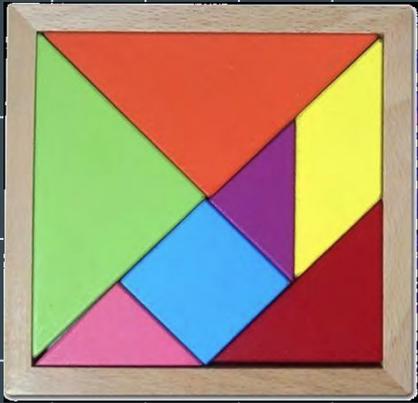


Polydron

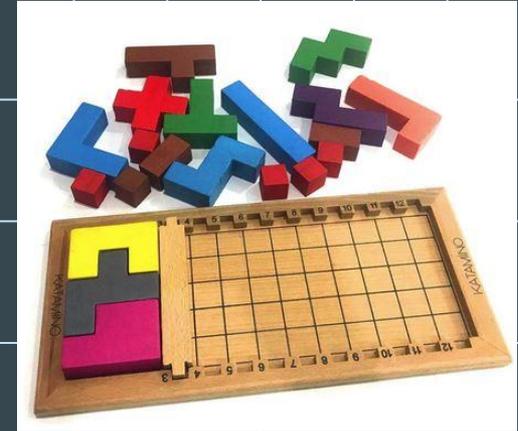


# Géométrie plane

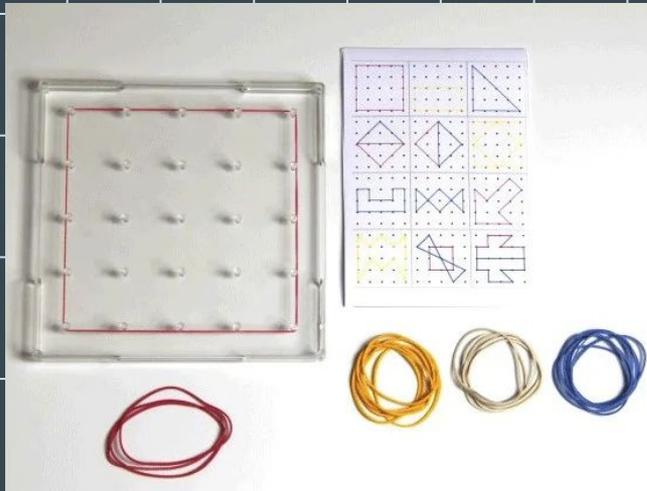
Tangram



Kataminos



Géoplan / géoboard



# Polypad



Tuiles Fichier

Géométrie

Polygones

- Triangle orange
- Carré bleu
- Pentagone vert
- Hexagone rose
- Heptagone cyan
- Octogone violet

Trapèze orange- Parallélogramme bleu
- Losange jaune
- Triangle rectangle bleu
- Triangle rectangle vert
- Triangle rectangle orange
- Triangle isocèle orange
- Pentagone violet
- Triangle isocèle cyan

Rectangle

Régulier

Personnalisé

Polyoméros

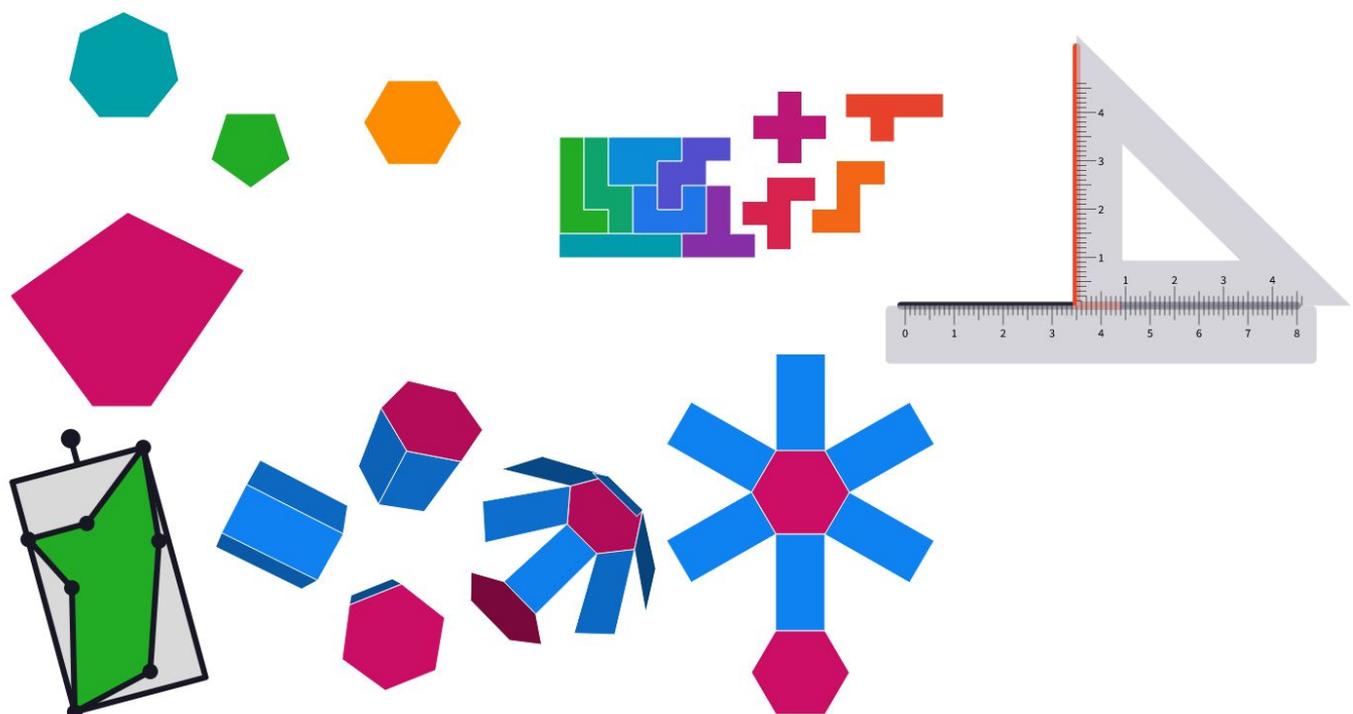
Tangram

Dallage de Penrose

Dallage avec pentagones

Solides 3D Nouveau

Instruments de géométrie



Fixer les sommets | Retourner | Couper | [Copier] | [Coller] | [Paramètres] | [Annuler]

[Sélection] | [Gomme] | [Ligne] |  $x^2$  | [Cercle] | [Carré]

[Zoom] | [Ligne] | [Carré] | [Gomme] | [Sélection] | [Annuler]

Pour  
conclure...

# Enseigner la géométrie à l'école, c'est :

**Peu de connaissances à enseigner, mais un effort constant quant à la précision du vocabulaire pour les dire.**

**Utiliser des outils sensibles pour comprendre des concepts abstraits.**



**Donner aux élèves des outils conceptuels pour résoudre des problèmes de la vie quotidienne.**

# Manipuler

# Tracer

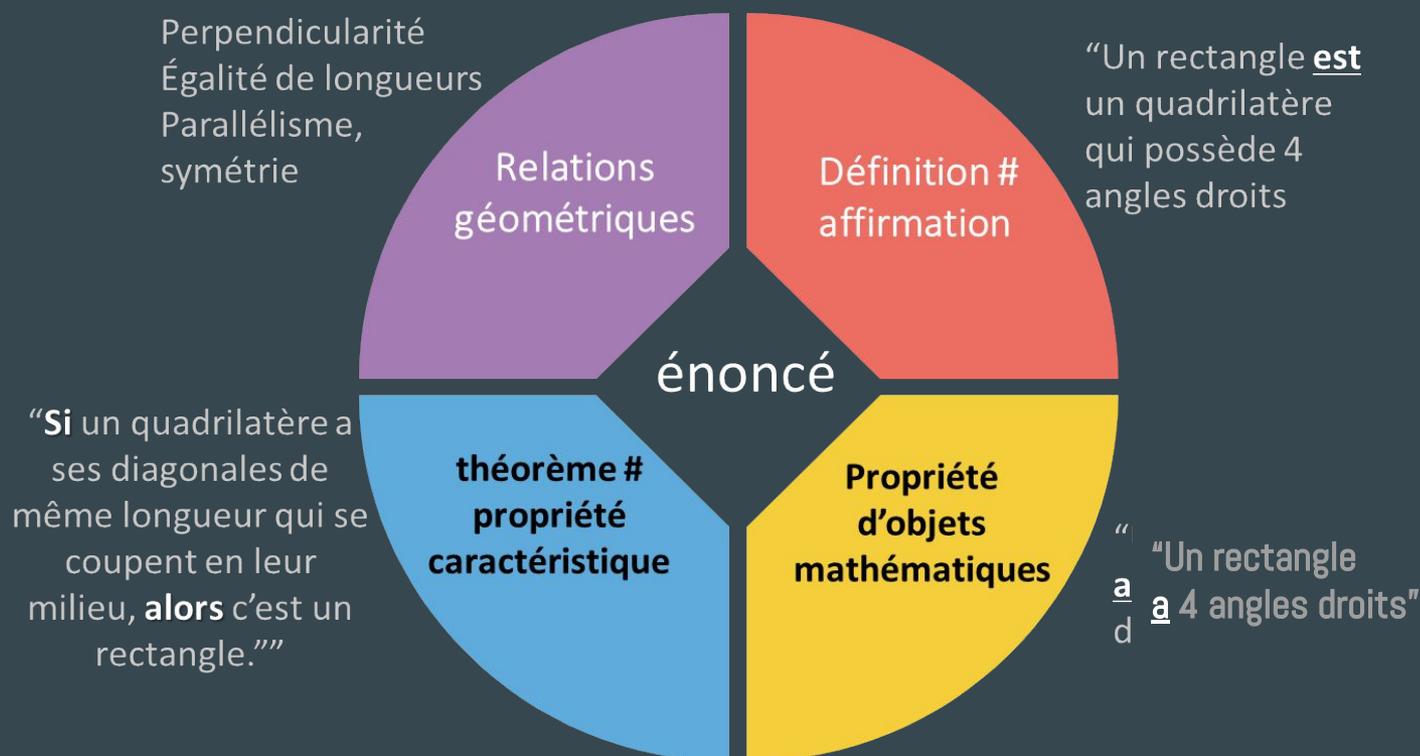
Permet un apprentissage kinesthésique des figures géométriques et des propriétés.

Permet de “voir” ce que l’on ne perçoit pas : prolonger des segments, tracer des diagonales, constater un parallélisme...

Demande une certaine rigueur.

Permet de comprendre ce que la simple description verbale élude.

**On ne trace que des représentations des figures géométriques qui - elles - restent conceptuelles.**



Activités du type figure  
téléphonée, création d'énoncé,  
association de propriétés à  
des figures géométrique  
clés..)

↓

**La géométrie déductive  
(axiomatique)**

↓

**Au collègue: “démontrer, prouver, justifier”**

démonstration

on sait ... → (énoncé)  
Or, ... si ... alors ... → (théorème, propriété)  
Donc ...

# Et pour la suite ?

Nous vous proposons de tester dans vos classes l'une des activités présentées ce jour :

Au cycle 1 : construire un solide à partir d'un modèle (entrée arête)

Au cycle 2 : tracer sans tracer, par pliage, pour comprendre les concepts d'angle droit et de parallèle

Au cycle 3 : les figures téléphonées

Nous pouvons vous accompagner pour mener ces expérimentations.

**Nous nous retrouverons le 18 mai pour nous raconter tout cela.**

**Merci de votre attention et de votre participation.**